

# **Analyse Factorielle des Correspondances**

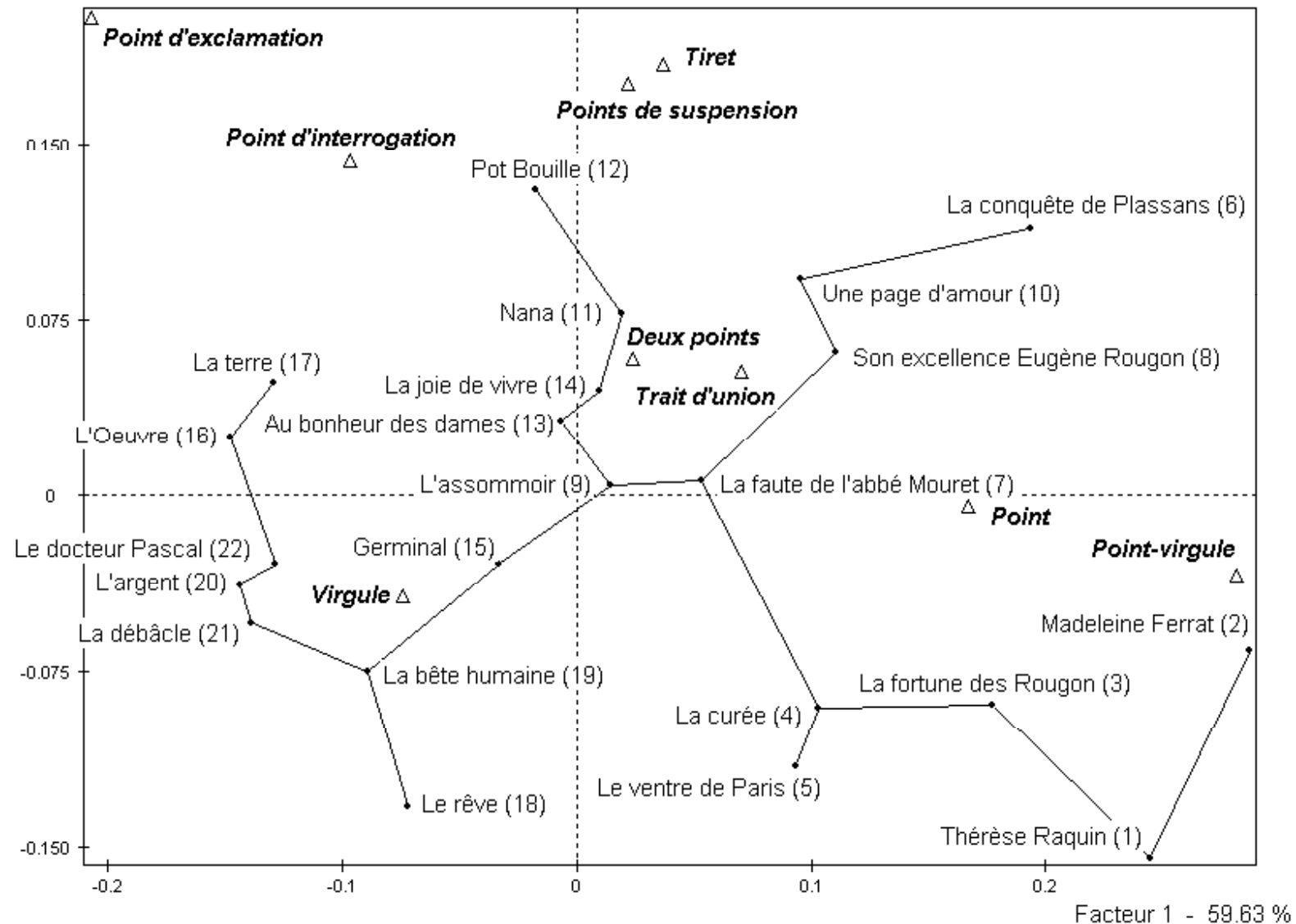
**Michel Tenenhaus**

# Exemple : Les signes de ponctuation chez Zola

Roman	.	...	!	?	,	;	:	—	-
1. Thérèse Raquin	3468	236	138	76	6195	691	168	285	543
2. Madeleine Ferrat	5131	362	236	245	8012	922	291	518	1115
3. La fortune des Rougon	6157	238	534	229	11346	936	362	711	1301
4. La curée	4958	443	357	232	11164	738	364	679	1200
5. Le ventre de Paris	5538	534	426	232	13234	1015	318	734	1201
6. La conquête de Plassans	6292	943	756	512	11585	1285	402	1432	1916
7. La faute de l'abbé Mouret	6364	679	859	462	13948	634	377	1067	1564
8. Son excellence Eugène Rougon	7258	728	1002	496	14295	889	543	1469	1907
9. L'assommoir	7820	769	1929	443	19244	1399	436	995	2272
10. Une page d'amour	6206	843	918	492	11953	647	347	1235	1409
11. Nana	7821	1007	1796	611	17881	1087	509	1523	1797
12. Pot Bouille	6875	1045	1873	651	17044	912	675	1669	1935
13. Au bonheur des dames	6916	808	1313	651	18402	972	642	1531	2114
14. La joie de vivre	5803	710	972	623	13917	602	420	1142	1590
15. Germinal	7944	606	1463	729	21388	908	621	1362	2083
16. L'Œuvre	5000	774	1692	668	18292	811	566	1107	1489
17. La terre	6979	957	2307	796	23417	947	657	1681	2113
18. Le rêve	3052	292	385	237	9551	345	230	416	650
19. La bête humaine	5484	601	929	557	18264	673	467	957	1721
20. L'argent	5022	850	1235	569	19267	684	399	1049	1677
21. La débâcle	7440	860	1833	690	26482	832	564	1398	2197
22. Le docteur Pascal	4586	621	1072	464	15598	462	315	955	1218

# Analyse Factorielle des Correspondances

Facteur 2 - 23.43 %



# 1. Les données

Tableau de contingence

= Croisement de deux variables qualitatives X et Y

		<b>Y</b>				
		<b>1</b>	...	<b>j</b>	...	<b>p</b>
<b>X</b>	<b>1</b>	<b>k<sub>11</sub></b>		<b>k<sub>1j</sub></b>		<b>k<sub>1p</sub></b>
	:			:		
	<b>i</b>	<b>k<sub>i1</sub></b>	...	<b>k<sub>ij</sub></b>	...	<b>k<sub>ip</sub></b>
	:			:		
	<b>n</b>	<b>k<sub>n1</sub></b>		<b>k<sub>nj</sub></b>		<b>k<sub>np</sub></b>
				<b>k<sub>j</sub></b>		<b>k</b>

**Tableau des effectifs  $k_{ij}$**

# Exemple Élection 81

Correspondence Table

DEPARTEMENT	CANDIDAT										Active Margin
	Mitterrand	Giscard d'Estaing	Chirac	Marchais	Lalonde	Crépeau	Laguiller	Debré	Garaud	Bouchardeau	
Ain	51	64	36	23	9	5	4	4	3	3	202
Hautes-Alpes	14	17	9	9	3	1	2	1	1	1	58
Ariège	27	18	13	17	2	2	2	1	1	1	84
Bouches-du-Rhône	191	204	119	205	29	13	13	10	10	6	800
Charente-Maritime	71	76	47	37	8	34	5	4	4	2	288
Côtes-du-Nord	93	90	57	54	13	5	9	4	3	5	333
Drôme	57	55	31	30	10	4	5	4	3	3	202
Finistère	132	149	95	49	21	9	11	6	5	10	487
Gironde	195	137	98	83	20	16	13	13	8	5	588
Indre	34	39	28	28	4	3	4	3	2	1	146
Landes	62	47	31	26	5	3	3	3	2	1	183
Loire-Atlantique	149	156	94	49	23	15	13	10	7	8	524
Lozère	10	18	9	4	2	0	1	1	1	1	47
Haute-Marne	32	33	20	15	4	2	3	2	2	1	114
Morbihan	86	117	65	33	14	6	8	5	4	4	342
Oise	87	88	59	62	13	7	10	6	5	3	340
Pyrénées-Atlantiques	90	91	66	33	12	6	6	5	4	3	316
Haut-Rhin	75	125	58	19	17	6	8	6	6	4	324
Sarthe	72	87	49	40	10	6	8	4	3	3	282
Seine-Maritime	171	181	91	123	24	13	18	10	7	6	644
Deux-Sèvres	54	66	34	16	8	7	5	3	4	2	199
Val d'Oise	111	100	74	81	22	12	10	7	7	6	430
Vendée	61	105	59	19	10	11	6	5	4	3	283
Yonne	44	52	31	24	7	4	4	3	3	2	174
Active Margin	1969	2115	1273	1079	290	190	171	120	99	84	7390

## 2. Le test du khi-deux d'indépendance

### Test :

$H_0$  : Les variables X et Y sont indépendantes

$H_1$  : Les variables X et Y sont liées entre elles

### Statistique utilisée :

$k_{ij}$  = Effectif observé

$\frac{k_{i.} k_{.j}}{k}$  = Effectif attendu sous l'hypothèse d'indépendance

$\frac{k_{ij} - \frac{k_{i.} k_{.j}}{k}}{\sqrt{\frac{k_{i.} k_{.j}}{k}}}$  = Résidu standardisé (moyenne 0, écart-type 1)

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p \frac{(k_{ij} - \frac{k_{i.} k_{.j}}{k})^2}{\frac{k_{i.} k_{.j}}{k}}$$

# Le test du khi-deux d'indépendance

## Décision :

On rejette  $H_0$  au risque  $\alpha$  de se tromper si  $\chi^2 \geq \chi_{1-\alpha}^2[(n-1)(p-1)]$

## Résultats :

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	377.220 <sup>a</sup>	207	.000
Likelihood Ratio	330.897	207	.000
Linear-by-Linear Association	.190	1	.663
N of Valid Cases	7390		

a. 71 cells (29.6%) have expected count less than 5. The minimum expected count is .53.

## Conclusion :

La répartition des votes entre les 10 candidats varie d'un département à l'autre.

DEPARTEM \* CANDIDAT Crosstabulation

			CANDIDAT										Total
			Mitterrand	Giscard d'Estaing	Chirac	Marchais	Lalonde	Crépeau	Laguiller	Debré	Garaud	Bouchardeau	
DEPARTEM	Ain	Count	51	64	36	23	9	5	4	4	3	3	202
		Expected Count	53.8	57.8	34.8	29.5	7.9	5.2	4.7	3.3	2.7	2.3	202.0
	Hautes-Alpes	Count	14	17	9	9	3	1	2	1	1	1	58
		Expected Count	15.5	16.6	10.0	8.5	2.3	1.5	1.3	.9	.8	.7	58.0
	Ariège	Count	27	18	13	17	2	2	2	1	1	1	84
		Expected Count	22.4	24.0	14.5	12.3	3.3	2.2	1.9	1.4	1.1	1.0	84.0
	Bouches-du-Rhône	Count	191	204	119	205	29	13	13	10	10	6	800
		Expected Count	213.2	229.0	137.8	116.8	31.4	20.6	18.5	13.0	10.7	9.1	800.0
	Charente-Maritime	Count	71	76	47	37	8	34	5	4	4	2	288
		Expected Count	76.7	82.4	49.6	42.1	11.3	7.4	6.7	4.7	3.9	3.3	288.0
	Côtes-du-Nord	Count	93	90	57	54	13	5	9	4	3	5	333
		Expected Count	88.7	95.3	57.4	48.6	13.1	8.6	7.7	5.4	4.5	3.8	333.0
	Drôme	Count	57	55	31	30	10	4	5	4	3	3	202
		Expected Count	53.8	57.8	34.8	29.5	7.9	5.2	4.7	3.3	2.7	2.3	202.0
	Finistère	Count	132	149	95	49	21	9	11	6	5	10	487
		Expected Count	129.8	139.4	83.9	71.1	19.1	12.5	11.3	7.9	6.5	5.5	487.0
	Gironde	Count	195	137	98	83	20	16	13	13	8	5	588
		Expected Count	156.7	168.3	101.3	85.9	23.1	15.1	13.6	9.5	7.9	6.7	588.0
	Indre	Count	34	39	28	28	4	3	4	3	2	1	146
		Expected Count	38.9	41.8	25.1	21.3	5.7	3.8	3.4	2.4	2.0	1.7	146.0
	Landes	Count	62	47	31	26	5	3	3	3	2	1	183
		Expected Count	48.8	52.4	31.5	26.7	7.2	4.7	4.2	3.0	2.5	2.1	183.0
	Loire-Atlantique	Count	149	156	94	49	23	15	13	10	7	8	524
		Expected Count	139.6	150.0	90.3	76.5	20.6	13.5	12.1	8.5	7.0	6.0	524.0
	Lozère	Count	10	18	9	4	2	0	1	1	1	1	47
		Expected Count	12.5	13.5	8.1	6.9	1.8	1.2	1.1	.8	.6	.5	47.0
	Haute-Marne	Count	32	33	20	15	4	2	3	2	2	1	114
		Expected Count	30.4	32.6	19.6	16.6	4.5	2.9	2.6	1.9	1.5	1.3	114.0
	Morbihan	Count	86	117	65	33	14	6	8	5	4	4	342
		Expected Count	91.1	97.9	58.9	49.9	13.4	8.8	7.9	5.6	4.6	3.9	342.0
	Oise	Count	87	88	59	62	13	7	10	6	5	3	340
		Expected Count	90.6	97.3	58.6	49.6	13.3	8.7	7.9	5.5	4.6	3.9	340.0
	Pyrénées-Atlantiques	Count	90	91	66	33	12	6	6	5	4	3	316
		Expected Count	84.2	90.4	54.4	46.1	12.4	8.1	7.3	5.1	4.2	3.6	316.0
	Haut-Rhin	Count	75	125	58	19	17	6	8	6	6	4	324
		Expected Count	86.3	92.7	55.8	47.3	12.7	8.3	7.5	5.3	4.3	3.7	324.0
	Sarthe	Count	72	87	49	40	10	6	8	4	3	3	282
		Expected Count	75.1	80.7	48.6	41.2	11.1	7.3	6.5	4.6	3.8	3.2	282.0
	Seine-Maritime	Count	171	181	91	123	24	13	18	10	7	6	644
		Expected Count	171.6	184.3	110.9	94.0	25.3	16.6	14.9	10.5	8.6	7.3	644.0
	Deux-Sèvres	Count	54	66	34	16	8	7	5	3	4	2	199
		Expected Count	53.0	57.0	34.3	29.1	7.8	5.1	4.6	3.2	2.7	2.3	199.0
	Val d'Oise	Count	111	100	74	81	22	12	10	7	7	6	430
		Expected Count	114.6	123.1	74.1	62.8	16.9	11.1	9.9	7.0	5.8	4.9	430.0
	Vendée	Count	61	105	59	19	10	11	6	5	4	3	283
		Expected Count	75.4	81.0	48.7	41.3	11.1	7.3	6.5	4.6	3.8	3.2	283.0
	Yonne	Count	44	52	31	24	7	4	4	3	3	2	174
		Expected Count	46.4	49.8	30.0	25.4	6.8	4.5	4.0	2.8	2.3	2.0	174.0
Total		Count	1969	2115	1273	1079	290	190	171	120	99	84	7390
		Expected Count	1969.0	2115.0	1273.0	1079.0	290.0	190.0	171.0	120.0	99.0	84.0	7390.0



# Les résidus standardisés

## DEPARTEM \* CANDIDAT Crosstabulation

Std. Residual

		CANDIDAT									
		Mitterrand	Giscard d'Estaing	Chirac	Marchais	Lalonde	Crépeau	Laguiller	Debré	Garaud	Bouchardeau
DEPARTEM	Ain	-.4	.8	.2	-1.2	.4	-.1	-.3	.4	.2	.5
	Hautes-Alpes	-.4	.1	-.3	.2	.5	-.4	.6	.1	.3	.4
	Ariège	1.0	-1.2	-.4	1.4	-.7	-.1	.0	-.3	-.1	.0
	Bouches-du-Rhône	-1.5	-1.6	-1.6	<b>8.2</b>	-.4	-1.7	-1.3	-.8	-.2	-1.0
	Charente-Maritime	-.7	-.7	-.4	-.8	-1.0	<b>9.8</b>	-.6	-.3	.1	-.7
	Côtes-du-Nord	.5	-.5	.0	.8	.0	-1.2	.5	-.6	-.7	.6
	Drôme	.4	-.4	-.6	.1	.7	-.5	.2	.4	.2	.5
	Finistère	.2	.8	1.2	<b>-2.6</b>	.4	-1.0	-.1	-.7	-.6	1.9
	Gironde	<b>3.1</b>	<b>-2.4</b>	-.3	-.3	-.6	.2	-.2	1.1	.0	-.7
	Indre	-.8	-.4	.6	1.4	-.7	-.4	.3	.4	.0	-.5
	Landes	1.9	-.7	-.1	-.1	-.8	-.8	-.6	.0	-.3	-.7
	Loire-Atlantique	.8	.5	.4	<b>-3.1</b>	.5	.4	.3	.5	.0	.8
	Lozère	-.7	1.2	.3	-1.1	.1	-1.1	-.1	.3	.5	.6
	Haute-Marne	.3	.1	.1	-.4	-.2	-.5	.2	.1	.4	-.3
	Morbihan	-.5	1.9	.8	<b>-2.4</b>	.2	-.9	.0	-.2	-.3	.1
	Oise	-.4	-.9	.1	1.8	-.1	-.6	.8	.2	.2	-.4
	Pyrénées-Atlantiques	.6	.1	1.6	-1.9	-.1	-.7	-.5	-.1	-.1	-.3
	Haut-Rhin	-1.2	<b>3.4</b>	.3	<b>-4.1</b>	1.2	-.8	.2	.3	.8	.2
	Sarthe	-.4	.7	.1	-.2	-.3	-.5	.6	-.3	-.4	-.1
	Seine-Maritime	.0	-.2	-1.9	<b>3.0</b>	-.3	-.9	.8	-.1	-.6	-.5
	Deux-Sèvres	.1	1.2	.0	<b>-2.4</b>	.1	.8	.2	-.1	.8	-.2
	Val d'Oise	-.3	<b>-2.1</b>	.0	<b>2.3</b>	1.2	.3	.0	.0	.5	.5
	Vendée	-1.7	<b>2.7</b>	1.5	<b>-3.5</b>	-.3	1.4	-.2	.2	.1	-.1
	Yonne	-.3	.3	.2	-.3	.1	-.2	.0	.1	.4	.0

# 3. Les profils lignes

Row Profiles

DEPARTEM	CANDIDAT										
	Mitterrand	Giscard d'Estaing	Chirac	Marchais	Lalonde	Crépeau	Laguiller	Debré	Garaud	Bouchardeau	Active Margin
Ain	.252	.317	.178	.114	.045	.025	.020	.020	.015	.015	1.000
Hautes-Alpes	.241	.293	.155	.155	.052	.017	.034	.017	.017	.017	1.000
Ariège	.321	.214	.155	.202	.024	.024	.024	.012	.012	.012	1.000
Bouches-du-Rhône	.239	.255	.149	.256	.036	.016	.016	.013	.013	.008	1.000
Charente-Maritime	.247	.264	.163	.128	.028	.118	.017	.014	.014	.007	1.000
Côtes-du-Nord	.279	.270	.171	.162	.039	.015	.027	.012	.009	.015	1.000
Drôme	.282	.272	.153	.149	.050	.020	.025	.020	.015	.015	1.000
Finistère	.271	.306	.195	.101	.043	.018	.023	.012	.010	.021	1.000
Gironde	.332	.233	.167	.141	.034	.027	.022	.022	.014	.009	1.000
Indre	.233	.267	.192	.192	.027	.021	.027	.021	.014	.007	1.000
Landes	.339	.257	.169	.142	.027	.016	.016	.016	.011	.005	1.000
Loire-Atlantique	.284	.298	.179	.094	.044	.029	.025	.019	.013	.015	1.000
Lozère	.213	.383	.191	.085	.043	.000	.021	.021	.021	.021	1.000
Haute-Marne	.281	.289	.175	.132	.035	.018	.026	.018	.018	.009	1.000
Morbihan	.251	.342	.190	.096	.041	.018	.023	.015	.012	.012	1.000
Oise	.256	.259	.174	.182	.038	.021	.029	.018	.015	.009	1.000
Pyrénées-Atlantiques	.285	.288	.209	.104	.038	.019	.019	.016	.013	.009	1.000
Haut-Rhin	.231	.386	.179	.059	.052	.019	.025	.019	.019	.012	1.000
Sarthe	.255	.309	.174	.142	.035	.021	.028	.014	.011	.011	1.000
Seine-Maritime	.266	.281	.141	.191	.037	.020	.028	.016	.011	.009	1.000
Deux-Sèvres	.271	.332	.171	.080	.040	.035	.025	.015	.020	.010	1.000
Val d'Oise	.258	.233	.172	.188	.051	.028	.023	.016	.016	.014	1.000
Vendée	.216	.371	.208	.067	.035	.039	.021	.018	.014	.011	1.000
Yonne	.253	.299	.178	.138	.040	.023	.023	.017	.017	.011	1.000
Mass	.266	.286	.172	.146	.039	.026	.023	.016	.013	.011	1.000

Profil-ligne du département  $i$  :  $f_j^i = \{k_{ij}/k_i\}$

Profil-ligne global :  $f_j = \{f_j = k_j/k\}$

# 4. Les profils colonnes

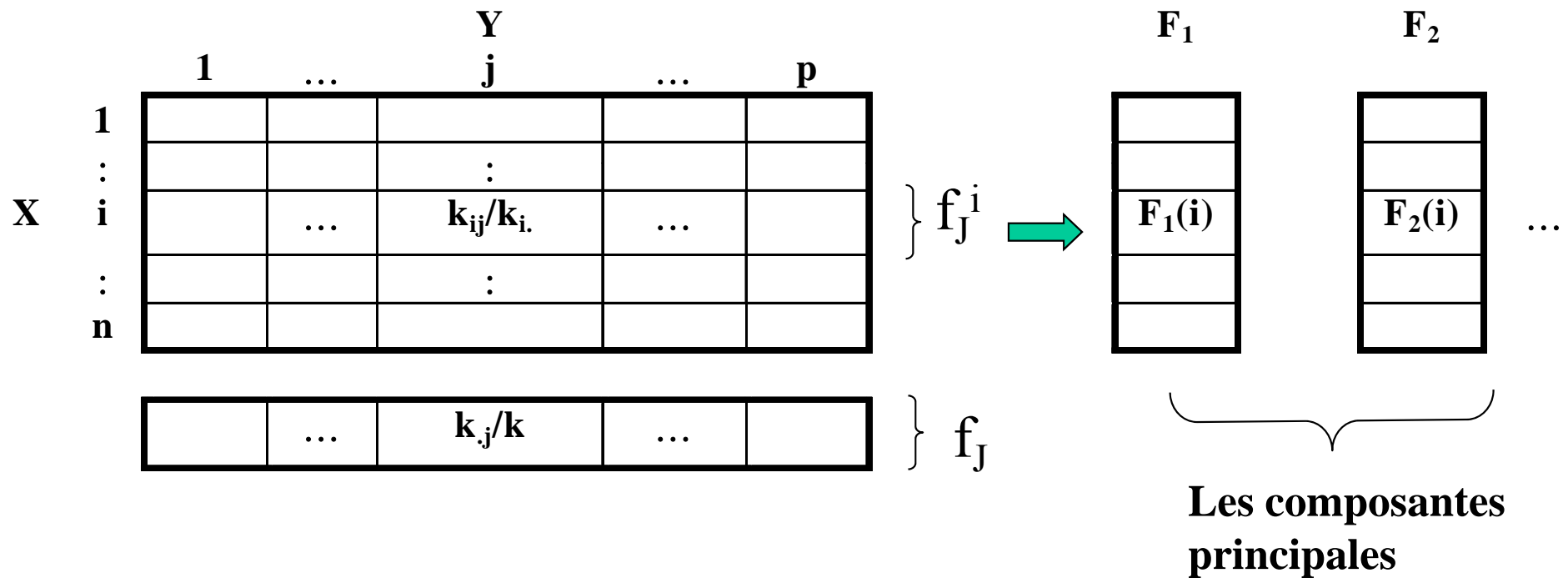
Column Profiles

DEPARTEM	CANDIDAT										
	Mitterrand	Giscard d'Estaing	Chirac	Marchais	Lalonde	Crépeau	Laguiller	Debré	Garaud	Bouchardeau	Mass
Ain	.026	.030	.028	.021	.031	.026	.023	.033	.030	.036	.027
Hautes-Alpes	.007	.008	.007	.008	.010	.005	.012	.008	.010	.012	.008
Ariège	.014	.009	.010	.016	.007	.011	.012	.008	.010	.012	.011
Bouches-du-Rhône	.097	.096	.093	.190	.100	.068	.076	.083	.101	.071	.108
Charente-Maritime	.036	.036	.037	.034	.028	.179	.029	.033	.040	.024	.039
Côtes-du-Nord	.047	.043	.045	.050	.045	.026	.053	.033	.030	.060	.045
Drôme	.029	.026	.024	.028	.034	.021	.029	.033	.030	.036	.027
Finistère	.067	.070	.075	.045	.072	.047	.064	.050	.051	.119	.066
Gironde	.099	.065	.077	.077	.069	.084	.076	.108	.081	.060	.080
Indre	.017	.018	.022	.026	.014	.016	.023	.025	.020	.012	.020
Landes	.031	.022	.024	.024	.017	.016	.018	.025	.020	.012	.025
Loire-Atlantique	.076	.074	.074	.045	.079	.079	.076	.083	.071	.095	.071
Lozère	.005	.009	.007	.004	.007	.000	.006	.008	.010	.012	.006
Haute-Marne	.016	.016	.016	.014	.014	.011	.018	.017	.020	.012	.015
Morbihan	.044	.055	.051	.031	.048	.032	.047	.042	.040	.048	.046
Oise	.044	.042	.046	.057	.045	.037	.058	.050	.051	.036	.046
Pyrénées-Atlantiques	.046	.043	.052	.031	.041	.032	.035	.042	.040	.036	.043
Haut-Rhin	.038	.059	.046	.018	.059	.032	.047	.050	.061	.048	.044
Sarthe	.037	.041	.038	.037	.034	.032	.047	.033	.030	.036	.038
Seine-Maritime	.087	.086	.071	.114	.083	.068	.105	.083	.071	.071	.087
Deux-Sèvres	.027	.031	.027	.015	.028	.037	.029	.025	.040	.024	.027
Val d'Oise	.056	.047	.058	.075	.076	.063	.058	.058	.071	.071	.058
Vendée	.031	.050	.046	.018	.034	.058	.035	.042	.040	.036	.038
Yonne	.022	.025	.024	.022	.024	.021	.023	.025	.030	.024	.024
Active Margin	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Profil-colonne du candidat  $j$  :  $f_I^j = \{k_{ij}/k_j\}$

Profil-colonne global :  $f_I = \{f_i = k_i/k\}$

# 5. Analyse en Composantes Principales du tableau des profils-lignes



$f_J$  est le centre de gravité du nuage de points pondérés  $\{f_J^i, f_i\}$ .

# Analyse en Composantes Principales du tableau des profils-lignes

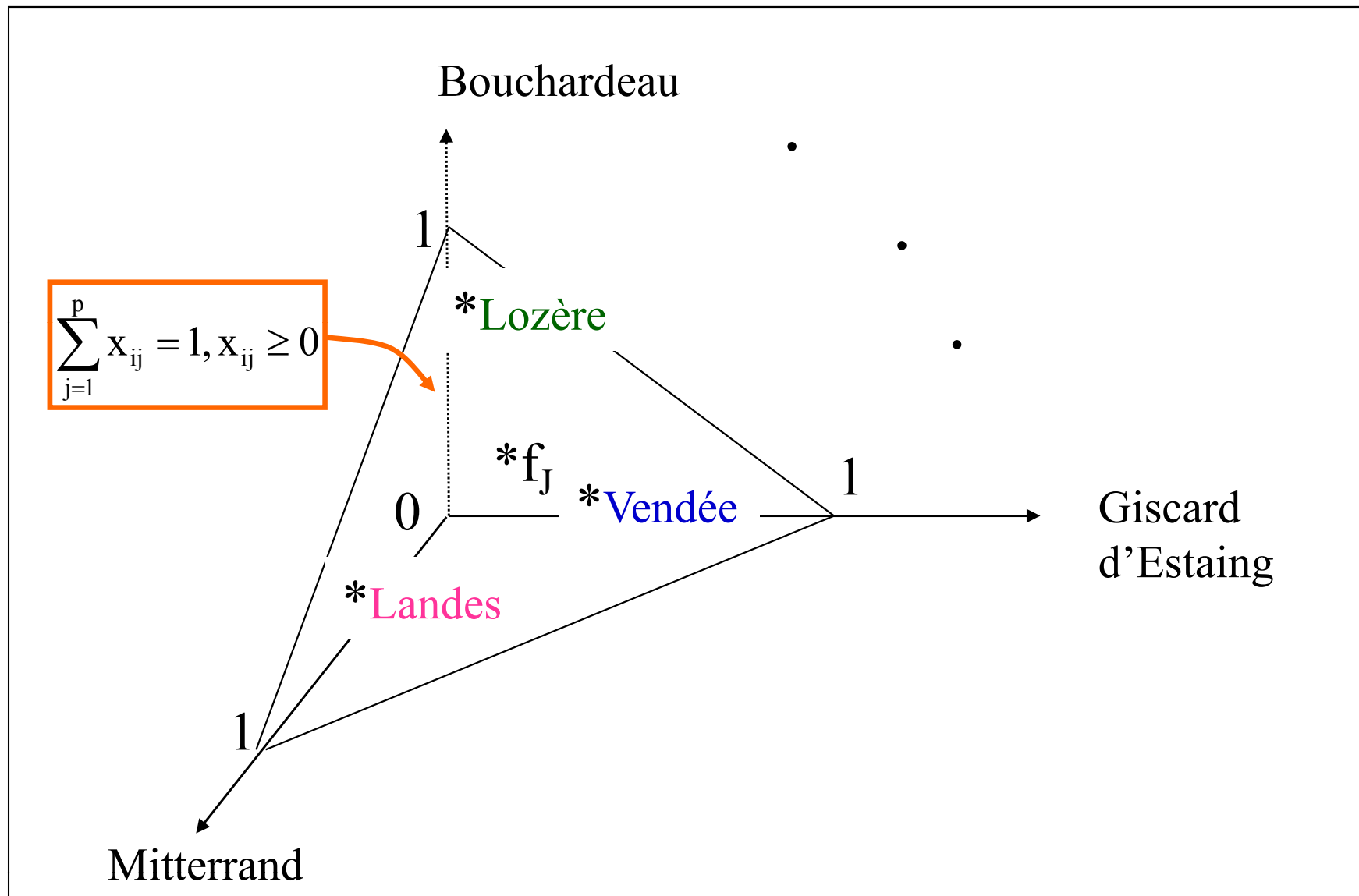
- Chaque ligne  $i$  a un poids  $f_i$ .
- Distance du  $\chi^2$  entre les lignes  $i$  :

$$d^2(f_J^i, f_J^{i'}) = \sum_{j=1}^p \frac{1}{f_{.j}} \left( \frac{k_{ij}}{k_{i.}} - \frac{k_{i'j}}{k_{i'.}} \right)^2$$

- **Inertie totale** : mesure la dispersion des profils-lignes par rapport au centre de gravité

$$\sum_{i=1}^n f_i d^2(f_J^i, f_J) = \frac{\chi^2}{k}$$

# Le nuage de points associés aux profils-lignes



# Résultats de l'ACP des profils lignes

## ANALYSE DES CORRESPONDANCES BINAIRES

### VALEURS PROPRES $\lambda_n$

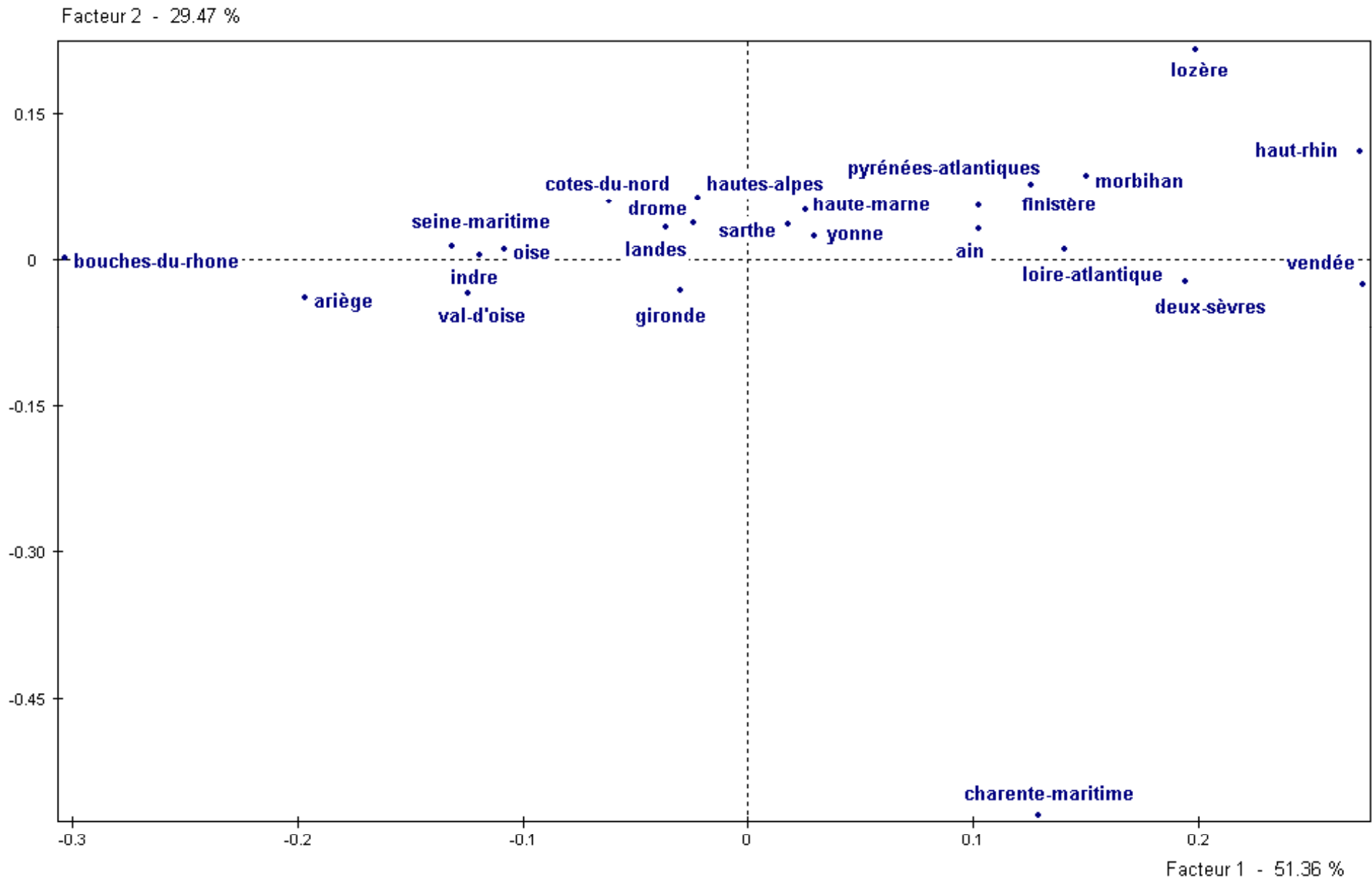
NUMERO	VALEUR PROPRE	POURCENT .	POURCENT . CUMULE
1	0.0262	51.36	51.36
2	0.0150	29.47	80.83
3	0.0054	10.53	91.36
4	0.0015	2.89	94.25
5	0.0012	2.36	96.61
6	0.0008	1.66	98.27
7	0.0006	1.10	99.37
8	0.0002	0.35	99.72
9	0.0001	0.28	100.00

## Les 5 premières composantes principales pour les profils lignes

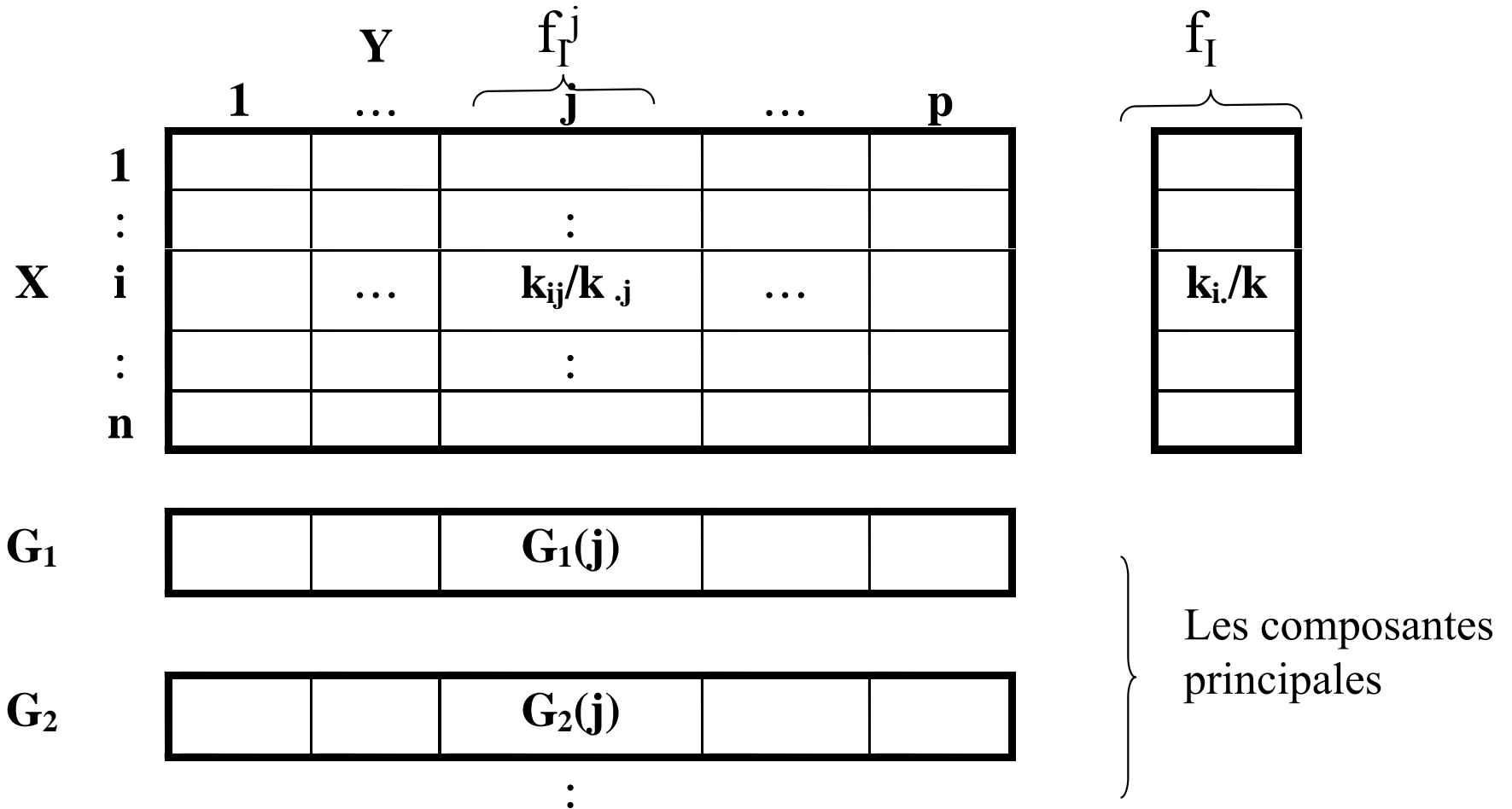
Coordonnées des individus actifs		Carré de la Distance à l'origine	Axe 1	Axe 2	Axe 3	Axe 4	Axe 5
Identificateur	Poids relatif						
ain	2.73	0.01454	0.10	0.03	0.03	-0.02	0.00
hautes-alpes	0.78	0.02132	-0.02	0.06	0.05	-0.09	-0.06
ariège	1.14	0.06054	-0.20	-0.04	-0.12	0.02	0.02
bouches-du-rhone	10.83	0.10072	-0.30	0.00	0.08	0.02	0.01
charente-maritime	3.90	0.34436	0.13	-0.57	0.04	0.00	0.00
cotes-du-nord	4.51	0.01211	-0.06	0.06	-0.03	-0.02	0.02
drome	2.73	0.00986	-0.02	0.04	-0.04	-0.06	-0.05
finistère	6.59	0.03008	0.13	0.08	-0.02	-0.05	0.05
gironde	7.96	0.02986	-0.03	-0.03	-0.16	0.02	-0.02
indre	1.98	0.03040	-0.12	0.00	0.05	0.05	0.05
landes	2.48	0.03530	-0.04	0.03	-0.15	0.09	0.01
loire-atlantique	7.09	0.02368	0.14	0.01	-0.05	-0.03	-0.01
lozère	0.64	0.11207	0.20	0.22	0.13	-0.02	0.00
haute-marne	1.54	0.00774	0.03	0.05	-0.03	0.03	-0.02
morbihan	4.63	0.03345	0.15	0.09	0.04	0.03	0.01
oise	4.60	0.01566	-0.11	0.01	0.01	0.00	0.00
pyrénées-atlantiques	4.28	0.02380	0.10	0.05	-0.06	0.03	0.07
haut-rhin	4.38	0.10073	0.27	0.11	0.10	0.00	-0.06
sarthe	3.82	0.00552	0.02	0.03	0.03	0.02	0.00
seine-maritime	8.71	0.02268	-0.13	0.01	0.02	0.01	-0.05
deux-sèvres	2.69	0.04407	0.19	-0.02	0.00	0.02	-0.05
val-d'oise	5.82	0.02762	-0.12	-0.03	-0.01	-0.09	0.02
vendée	3.83	0.09259	0.27	-0.03	0.11	0.05	0.04
yonne	2.35	0.00338	0.03	0.02	0.03	0.00	0.00



# Premier plan principal des profils lignes



# 6. Analyse en Composantes Principales du tableau des profils-colonnes



$f_I$  est le centre de gravité du nuage de points pondérés  $\{f_I^j, f_{.j}\}_{18}$

# Analyse en Composantes Principales du tableau des profils-colonnes

- Chaque colonnes  $j$  a un poids  $f_{.j}$
- Distance du  $\chi^2$  entre les colonnes  $j$  et  $j'$  :

$$d^2(f_I^j, f_I^{j'}) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{f_{i.}} \left( \frac{k_{ij}}{k_{.j}} - \frac{k_{ij'}}{k_{.j'}} \right)^2$$

- Inertie totale :

$$\sum_{j=1}^p f_{.j} d^2(f_I^j, f_I) = \frac{\chi^2}{k}$$



# Résultats de l'ACP des profils colonnes

## ANALYSE DES CORRESPONDANCES BINAIRES VALEURS PROPRES

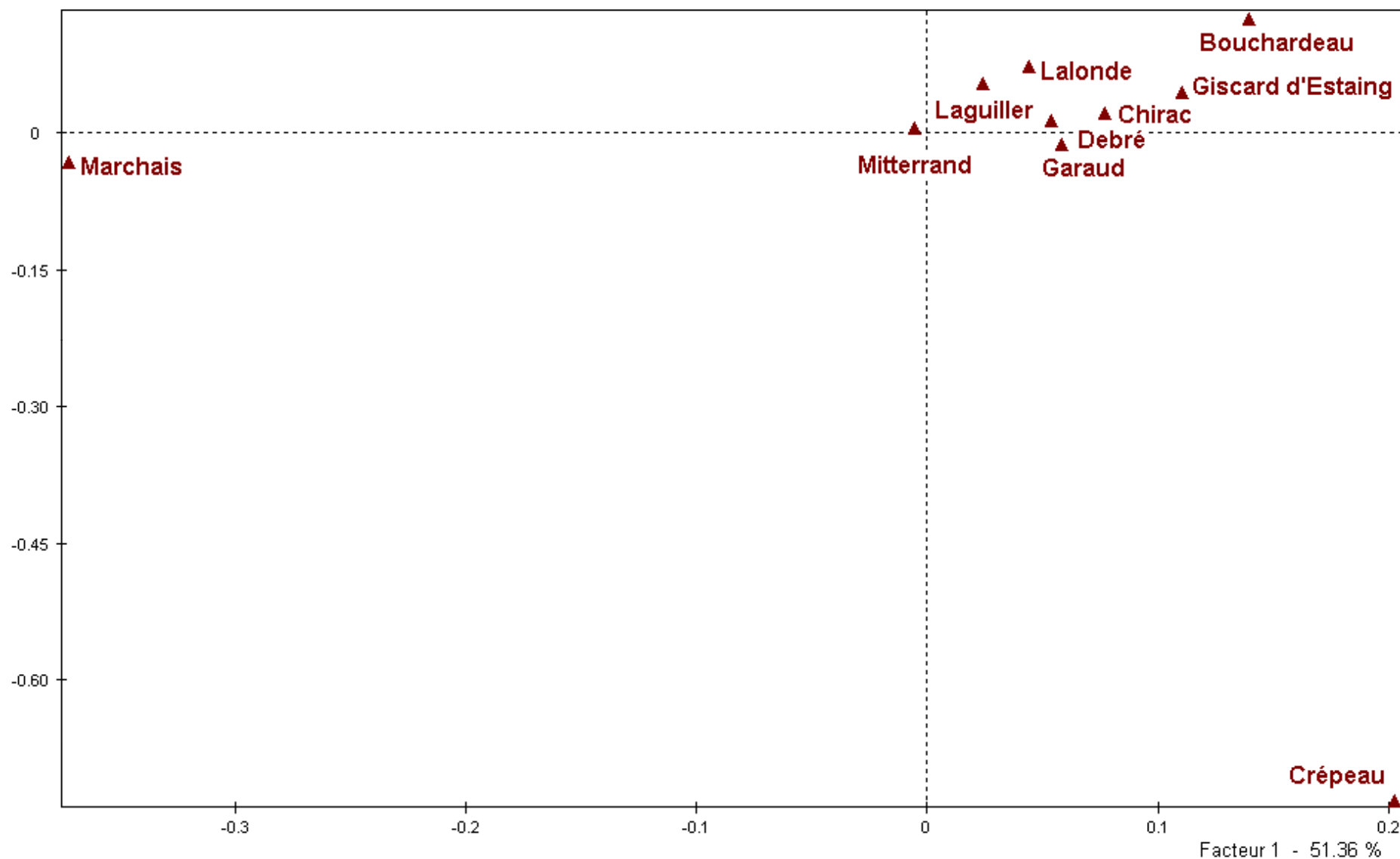
NUMERO	VALEUR PROPRE	POURCENT .	POURCENT . CUMULE
1	0.0262	51.36	51.36
2	0.0150	29.47	80.83
3	0.0054	10.53	91.36
4	0.0015	2.89	94.25
5	0.0012	2.36	96.61
6	0.0008	1.66	98.27
7	0.0006	1.10	99.37
8	0.0002	0.35	99.72
9	0.0001	0.28	100.00

# Les 5 premières composantes principales pour les profils colonnes

Coordonnées des fréquences actives							
Libellé de la variable	Poids relatif	Distance à l'origine	Axe 1	Axe 2	Axe 3	Axe 4	Axe 5
Mitterrand	26.64	0.01253	-0.01	0.00	-0.11	0.01	-0.01
Giscard d'Estaing	28.62	0.02091	0.11	0.04	0.08	0.02	-0.02
Chirac	17.23	0.01142	0.08	0.02	0.00	0.00	0.07
Marchais	14.60	0.14195	-0.37	-0.03	0.05	0.00	0.00
Lalonde	3.92	0.02773	0.04	0.07	0.03	-0.12	-0.03
Crépeau	2.57	0.57834	0.20	-0.73	0.03	-0.02	0.00
Laguiller	2.31	0.03071	0.02	0.05	-0.01	-0.04	-0.07
Debré	1.62	0.03460	0.05	0.01	-0.08	0.01	-0.07
Garaud	1.34	0.03888	0.06	-0.01	0.03	-0.03	-0.07
Bouchardeau	1.14	0.11240	0.14	0.12	-0.01	-0.24	0.06

# Premier plan principal des profils colonnes

Facteur 2 - 29.47 %



## 7. Lien entre les deux analyses : les relations de transitions

$$- \quad F_h(i) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_h}} \sum_{j=1}^p \frac{k_{ij}}{k_{i.}} G_h(j)$$

Les départements sont au barycentre des candidats  
à  $1/\sqrt{\lambda_h}$  près, où  $\lambda_h = \text{Var}(F_h) = \text{Var}(G_h)$ .

$$- \quad G_h(j) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_h}} \sum_{i=1}^n \frac{k_{ij}}{k_{.j}} F_h(i)$$

Les candidats sont au barycentre des départements  
à  $1/\sqrt{\lambda_h}$  près.



# Première équation de transition

$$F_h(i) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_h}} \sum_{j=1}^p \frac{k_{ij}}{k_{i.}} G_h(j)$$

Row Profiles

DEPARTEMENT	CANDIDAT										
	Mitterrand	Ciscard d'Estaing	Chirac	Marchais	Lalonde	Crépeau	Laguiller	Debré	Garaud	Bouchardeau	Active Margin
Ain	.252	.317	.178	.114	.045	.025	.020	.020	.015	.015	1.000
Hautes-Alpes	.241	.293	.155	.155	.052	.017	.034	.017	.017	.017	1.000
Ariège	.221	.214	.155	.202	.024	.024	.024	.012	.012	.012	1.000
Bouches-du-Rhône	.230	.255	.140	.256	.026	.016	.016	.012	.012	.008	1.000

$$F_h(\text{Ain}) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_h}} (.252 \times G_h(\text{Mitterrand}) + \dots + .015 \times G_h(\text{Bouchardeau}))$$

Un département est proche de son candidat favori et loin de son candidat rejeté.

## Deuxième équation de transition

DEPARTEM	Mitterrand
Ain	.026
Hautes-Alpes	.007
Ariège	.014
Bouches-du-Rhône	.097
Charente-Maritime	.036
Côtes-du-Nord	.047
Drôme	.029
Finistère	.067
Gironde	.099
Indre	.017
Landes	.031
Loire-Atlantique	.076
Lozère	.005
Haute-Marne	.016
Morbihan	.044
Oise	.044
Pyrénées-Atlantiques	.046
Haut-Rhin	.038
Sarthe	.037
Seine-Maritime	.087
Deux-Sèvres	.027
Val d'Oise	.056
Vendée	.031
Yonne	.022
Active Margin	1.000

$$G_h(j) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_h}} \sum_{i=1}^n \frac{k_{ij}}{k_{.j}} F_h(i)$$

$$G_h(\text{Mitterrand}) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_h}} (.026 \times F_h(\text{Ain}) + \dots + .022 \times F_h(\text{Yonne}))$$

Un candidat est proche du département qui le soutient et loin du département qui le repousse.



# Contribution des modalités $i$ à la construction de $F_1$

De

$$\text{Var}(F_1) = \sum_{i=1}^n f_i \cdot F_1(i)^2 = \lambda_1$$

on déduit :

$$\text{CTR}_1(i) = \frac{f_i \cdot F_1(i)^2}{\lambda_1}$$

*$\text{CTR}_1(i)$  fort  $\Leftrightarrow$  - Point fortement explicatif de  $F_1$   
- Point contribuant fortement à la construction de l'axe*

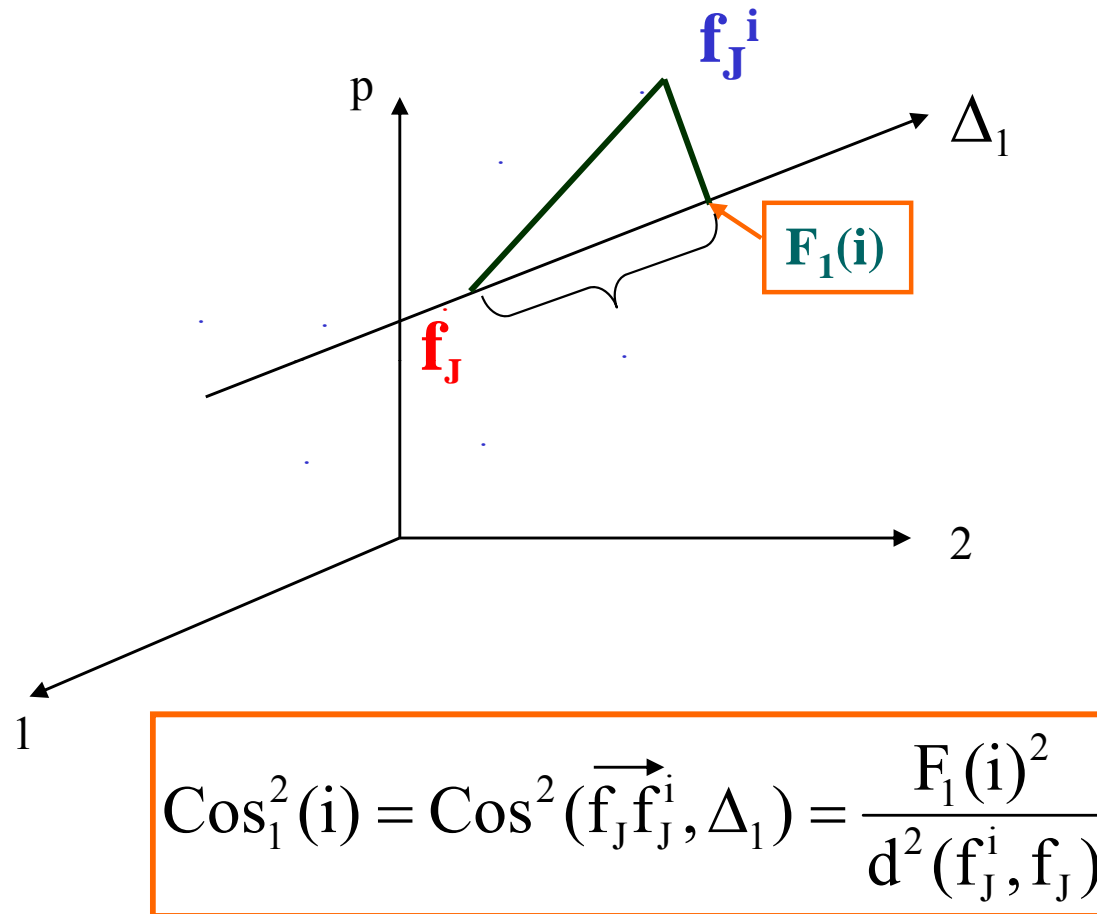
# Contribution des modalités i à la construction de $F_1$

Contributions des individus actifs							
Identificateur	Poids relatif	Distance à l'origine	Axe 1	Axe 2	Axe 3	Axe 4	Axe 5
ain	2.73	0.01454	1.10	0.18	0.44	0.72	0.04
hautes-alpes	0.78	0.02132	0.01	0.22	0.40	4.40	2.47
ariège	1.14	0.06054	1.68	0.12	3.14	0.22	0.22
bouches-du-rhone	10.83	0.10072	<b>38.06</b>	0.00	13.98	2.45	1.97
charente-maritime	3.90	0.34436	2.46	<b>84.49</b>	1.00	0.03	0.05
cotes-du-nord	4.51	0.01211	0.65	1.05	0.67	1.79	1.48
drome	2.73	0.00986	0.06	0.25	0.69	6.19	5.97
finistère	6.59	0.03008	3.99	2.66	0.41	10.64	16.51
gironde	7.96	0.02986	0.28	0.53	39.06	2.77	2.32
indre	1.98	0.03040	1.07	0.00	0.86	2.75	3.91
landes	2.48	0.03530	0.13	0.17	10.45	14.22	0.07
loire-atlantique	7.09	0.02368	5.36	0.05	3.38	4.13	0.86
lozère	0.64	0.11207	0.96	2.00	1.86	0.12	0.00
haute-marne	1.54	0.00774	0.04	0.27	0.31	1.19	0.46
morbihan	4.63	0.03345	3.99	2.29	1.64	2.48	0.70
oise	4.60	0.01566	2.06	0.03	0.05	0.07	0.01
pyrénées-atlantiques	4.28	0.02380	1.70	0.85	2.71	3.34	16.03
haut-rhin	4.38	0.10073	<b>12.33</b>	3.62	7.89	0.00	13.22
sarthe	3.82	0.00552	0.05	0.31	0.79	1.58	0.02
seine-maritime	8.71	0.02268	5.73	0.09	0.90	0.95	21.43
deux-sèvres	2.69	0.04407	3.88	0.10	0.01	0.74	6.28
val-d'oise	5.82	0.02762	3.44	0.47	0.05	32.70	1.49
vendée	3.83	0.09259	<b>10.91</b>	0.17	8.98	6.51	4.51
yonne	2.35	0.00338	0.08	0.09	0.33	0.00	0.00

## Contribution des modalités j à la construction de $G_1$

Contributions des fréquences actives							
Libellé de la variable	Poids relatif	Distance à l'origine	Axe 1	Axe 2	Axe 3	Axe 4	Axe 5
Mitterrand	26.64	0.01253	0.03	0.04	59.66	1.87	2.78
Giscard d'Estaing	28.62	0.02091	13.38	3.85	30.33	9.37	5.53
Chirac	17.23	0.01142	3.89	0.57	0.05	0.07	61.51
Marchais	14.60	0.14195	<b>77.12</b>	1.00	6.55	0.00	0.26
Lalonde	3.92	0.02773	0.29	1.38	0.79	38.63	3.95
Crépeau	2.57	0.57834	4.03	<b>91.51</b>	0.56	0.90	0.05
Laguiller	2.31	0.03071	0.05	0.44	0.03	3.03	10.62
Debré	1.62	0.03460	0.18	0.02	1.72	0.11	6.55
Garaud	1.34	0.03888	0.18	0.01	0.30	0.85	5.50
Bouchardeau	1.14	0.11240	0.85	1.18	0.01	45.17	3.25

# Qualité de représentation du point i sur le premier axe principal : Cosinus carré



$\text{Cos}_1^2(i)$  fort  $\iff$  - Point fortement expliqué par l'axe  $\Delta_1$   
- Point bien représenté sur l'axe  $\Delta_1$  31

# ACP des profils-lignes : Cosinus carrés

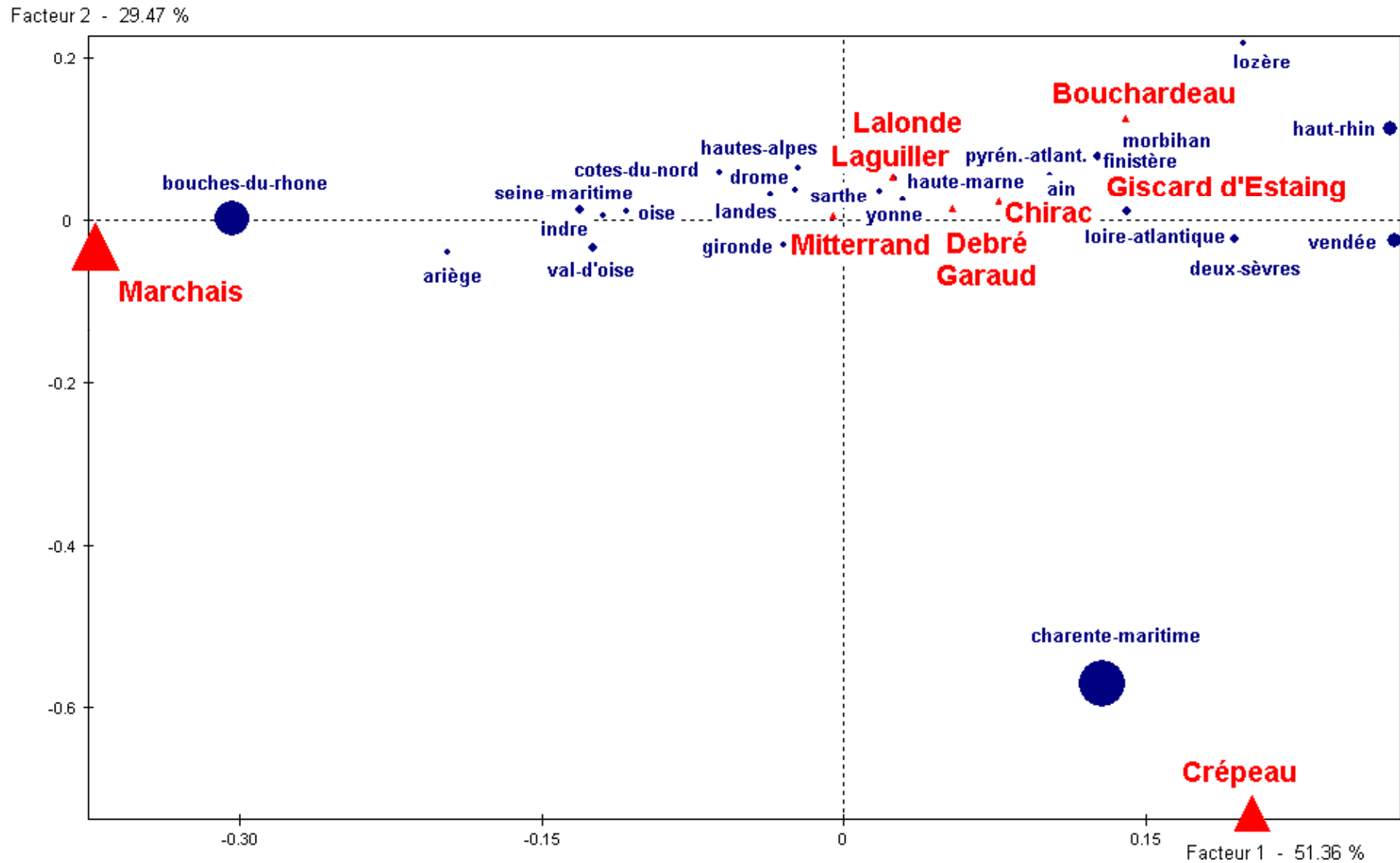
Cosinus carrés des individus actifs							
Identificateur	Poids relatif	Distance à l'origine	Axe 1	Axe 2	Axe 3	Axe 4	Axe 5
ain	2.73	0.01454	0.72	0.07	0.06	0.03	0.00
hautes-alpes	0.78	0.02132	0.02	0.20	0.13	0.39	0.18
ariège	1.14	0.06054	0.64	0.03	0.25	0.00	0.00
bouches-du-rhone	10.83	0.10072	0.92	0.00	0.07	0.00	0.00
charente-maritime	3.90	0.34436	0.05	0.95	0.00	0.00	0.00
cotes-du-nord	4.51	0.01211	0.31	0.29	0.07	0.05	0.03
drome	2.73	0.00986	0.06	0.14	0.14	0.34	0.27
finistère	6.59	0.03008	0.53	0.20	0.01	0.08	0.10
gironde	7.96	0.02986	0.03	0.03	0.88	0.02	0.01
indre	1.98	0.03040	0.47	0.00	0.08	0.07	0.08
landes	2.48	0.03530	0.04	0.03	0.64	0.24	0.00
loire-atlantique	7.09	0.02368	0.84	0.00	0.11	0.04	0.01
lozère	0.64	0.11207	0.35	0.42	0.14	0.00	0.00
haute-marne	1.54	0.00774	0.08	0.33	0.14	0.15	0.05
morbihan	4.63	0.03345	0.68	0.22	0.06	0.02	0.01
oise	4.60	0.01566	0.75	0.01	0.00	0.00	0.00
pyrénées-atlantiques	4.28	0.02380	0.44	0.13	0.14	0.05	0.19
haut-rhin	4.38	0.10073	0.73	0.12	0.10	0.00	0.04
sarthe	3.82	0.00552	0.06	0.22	0.20	0.11	0.00
seine-maritime	8.71	0.02268	0.76	0.01	0.02	0.01	0.13
deux-sèvres	2.69	0.04407	0.86	0.01	0.00	0.01	0.06
val-d'oise	5.82	0.02762	0.56	0.04	0.00	0.30	0.01
vendée	3.83	0.09259	0.81	0.01	0.14	0.03	0.02
yonne	2.35	0.00338	0.25	0.17	0.22	0.00	0.00



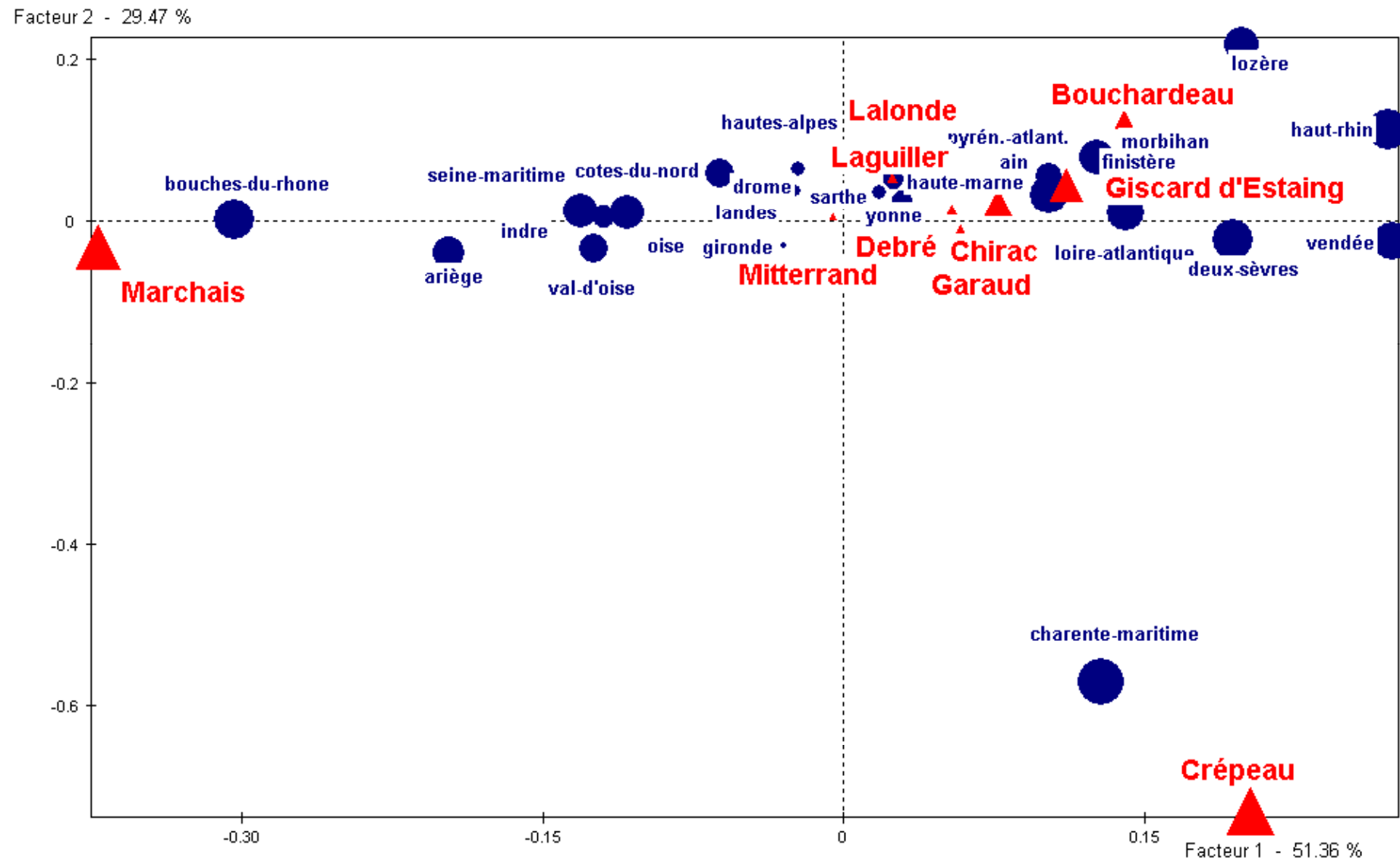
# ACP des profils-colonnes : Cosinus carrés

Cosinus carrés des fréquences actives							
Libellé de la variable	Poids relatif	Distance à l'origine	Axe 1	Axe 2	Axe 3	Axe 4	Axe 5
Mitterrand	26.64	0.01253	0.00	0.00	0.96	0.01	0.01
Giscard d'Estaing	28.62	0.02091	0.59	0.10	0.27	0.02	0.01
Chirac	17.23	0.01142	0.52	0.04	0.00	0.00	0.38
Marchais	14.60	0.14195	0.98	0.01	0.02	0.00	0.00
Lalonde	3.92	0.02773	0.07	0.19	0.04	0.52	0.04
Crépeau	2.57	0.57834	0.07	0.93	0.00	0.00	0.00
Laguiller	2.31	0.03071	0.02	0.09	0.00	0.06	0.18
Debré	1.62	0.03460	0.08	0.00	0.16	0.00	0.14
Garaud	1.34	0.03888	0.09	0.00	0.03	0.02	0.13
Bouchardeau	1.14	0.11240	0.17	0.14	0.00	0.52	0.03

# Visualisation des contributions



# Visualisation des cosinus carrés



# Nouvelle analyse

Il faut reprendre l'analyse en mettant les candidats Crépeau, ou bien Marchais et Crépeau en points supplémentaires.

On peut aussi essayer d'enlever seulement la Charente-Maritime.