

Analyse de la variance à un facteur : complément

Frédéric Bertrand¹

¹IRMA, Université de Strasbourg
Strasbourg, France

4ème année - ESIEA - 06-04-2010

Rappel du contexte

Si l'hypothèse nulle \mathcal{H}_0 est rejetée, la question suivante consiste à rechercher quels sont les groupes qui possèdent des moyennes significativement différentes.

De nombreux tests ont été proposés dans la littérature pour répondre à cette question.

Intuitivement

Une procédure naïve consisterait à exprimer, pour chaque paire (j, k) de groupes, un intervalle de confiance au niveau $100(1 - \alpha)\%$ de la différence $(\mu_j - \mu_k)$:

$$(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{.k}) \pm t_{\alpha/2, (n-J)} \times \hat{\sigma} \times \sqrt{\frac{1}{n_j} + \frac{1}{n_k}}$$

Si, pour un couple (j, k) fixé a priori, cet intervalle inclut 0, les moyennes ne sont pas jugées significativement différentes au niveau α .

L'orthogonalité des facteurs rendant les tests indépendants justifierait cette procédure mais elle ne peut être systématisée. Pourquoi ?

Explication

En effet, si J est grand, il y a un total de $J(J - 1)/2$ comparaisons à considérer et nous pouvons nous attendre à ce que, sur le simple fait du hasard, $0,05 \times J(J - 1)/2$ paires de moyennes soient jugées significativement différentes alors que le test global accepte l'égalité des moyennes.

De nouvelles procédures

D'autres procédures visent à corriger cette démarche afin de contrôler globalement le niveau des comparaisons.

Certaines procédures proposent des intervalles plus conservatifs (plus grands) en ajustant le niveau $\alpha' < \alpha$ définissant les valeurs critiques $t_{\alpha'/2; (n-J)}$.

Nous pouvons citer, par exemple les procédures de Bonferroni, de Sidak et de Scheffé.

Les procédures de Bonferroni et de Sidak

Les méthodes de Bonferroni et de Sidak sont, elles, des méthodes prudentes basées sur l'inégalité des probabilités. La méthode de Sidak est légèrement moins prudente que celle de Bonferroni.

Par « prudente », il faut entendre que le taux d'erreur réel est inférieur à celui fixé.

Par exemple, pour Bonferroni, α' est calculé de la façon suivante :

$$\alpha' = \frac{\alpha}{(J(J-1))/2}$$

La procédure de Scheffé

Dans le même esprit, la méthode de Scheffé, la plus conservatrice, projette l'ellipsoïde de confiance des moyennes des μ_j en intervalles de confiance des différences ou de toute combinaison linéaire de celles-ci (contrastes).

D'autres procédures

D'autres procédures définissent des intervalles studentisés fournissant des valeurs critiques spécifiques qui sont tabulées ou calculées par le logiciel.

Certaines de ces méthodes ou certaines présentations graphiques des résultats sont uniquement adaptées au cas équilibré (procédure de Tukey) tandis que d'autres sont adaptées à des classes présentant des effectifs différents (procédures de Tukey-Kramer, GT2, Gabriel).

Résumé

Pour comparer toutes les moyennes ensembles :

- 1 dans le cas du plan équilibré, les méthodes de Tukey ou de Scheffé sont utilisées.
- 2 dans le cas du plan déséquilibré, la méthode de Bonferroni convient.

Pour comparer les moyennes à celle d'une classe ou d'un traitement témoin :

- 1 dans le cas du plan équilibré, la méthode de Dunnett remplace la méthode Tukey.
- 2 dans le cas du plan déséquilibré, la méthode de Bonferroni est encore utilisée.