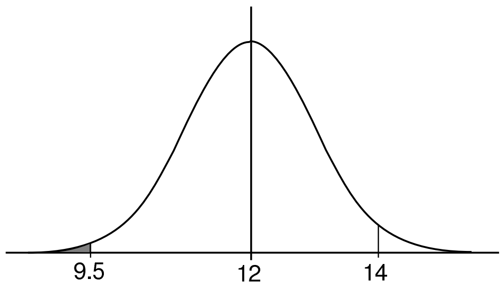
A.1 Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Soit U une v.a. suivant une loi normale centrée réduite (voir 3.1.4).
Elle a pour densité la fonction $p(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-u^2}{2}}$.
La table ci-contre donne les valeurs de $P = \Pi(u)$ pour $u \geq 0$.
Les valeurs de $P = \Pi(u)$ pour $u < 0$ sont données par la relation $P = \Pi(u) = 1 - \Pi(-u)$ où $(-u) > 0$.
Etudions par exemple une variable X suivant une loi normale $\mathcal{N}(12, 2)$.

- On cherche à calculer $P = P(X \leq 9,5)$.
  On a $P(X \leq 9,5) = P\left(\frac{X-12}{2} \leq \frac{9,5-12}{2}\right) = \Pi\left(\frac{9,5-12}{2}\right) = \Pi(-1,25)$.
  Donc $P = 1 - \Pi(1,25) = 1 - 0,8944 = 0,1056$.



- On cherche à calculer $P = P(9,5 < x \leq 14)$.
  On a $P = \Pi\left(\frac{14-12}{2}\right) - \Pi\left(\frac{9,5-12}{2}\right) = \Pi(1) - \Pi(-1,25) = \Pi(1) + \Pi(1,25) - 1 = 0,8413 + 0,8944 - 1 = 0,7357$.

- On cherche à calculer $P = P(X > 14)$.
  On a $P = 1 - P(X \leq 14) = 1 - \Pi\left(\frac{14-12}{2}\right) = 1 - \Pi(1) = 0,1587$.

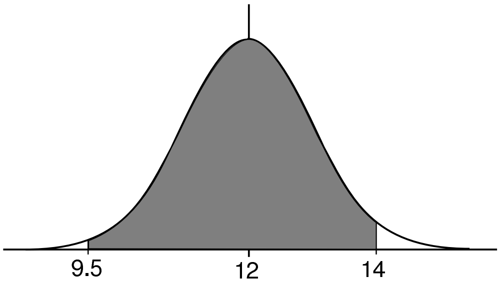


TABLE 1.

u	$0,00$	$0,01$	$0,02$	$0,03$	$0,04$	$0,05$	$0,06$	$0,07$	$0,08$	$0,09$
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5348	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Pour les grandes valeurs de u, on utilisera le tableau suivant :

t	$3,0$	$3,1$	$3,2$	$3,3$	$3,4$	$3,5$	$3,6$	$3,8$	$4,0$	$4,5$
$\Pi(u)$	$0,99865$	$0,99904$	$0,99931$	$0,99952$	$0,99966$	$0,99976$	$0,999841$	$0,999928$	$0,999968$	$0,999997$

A.2 Fractiles de la loi normale centrée réduite

Il s'agit de la table réciproque de la table précédente.

Soit U une v.a. suivant une loi normale centrée réduite.

On cherche, en fonction d'une valeur α donnée, à connaître le nombre ϵ_α, appelé fractile, et vérifiant :

$$P(U \leq \epsilon_\alpha) = \Pi(\epsilon_\alpha) = 1 - \alpha = P$$

Lorsque $P \leq 0,50$, il faut utiliser la colonne de gauche et la ligne supérieure. Les fractiles sont *négatifs*.

Lorsque $P \geq 0,50$, il faut utiliser la colonne de droite et la ligne inférieure. Les fractiles sont *positifs*.

Par exemple, $\epsilon_{0,025} = -1,96$ et $\epsilon_{0,975} = +1,96$.

Etudions par exemple une variable X suivant une loi normale $\mathcal{N}(12,2)$, et cherchons à calculer x_p tel que $P(X \leq x_p) = 0,975$.

Or $P(X \leq x_p) = \Pi\left(\dfrac{x_p - 12}{2}\right)$.

On a donc $\dfrac{x_p - 12}{2} = 1,96$ et par conséquent $x_p = 2 \times 1,96 + 12 = 15,92$.

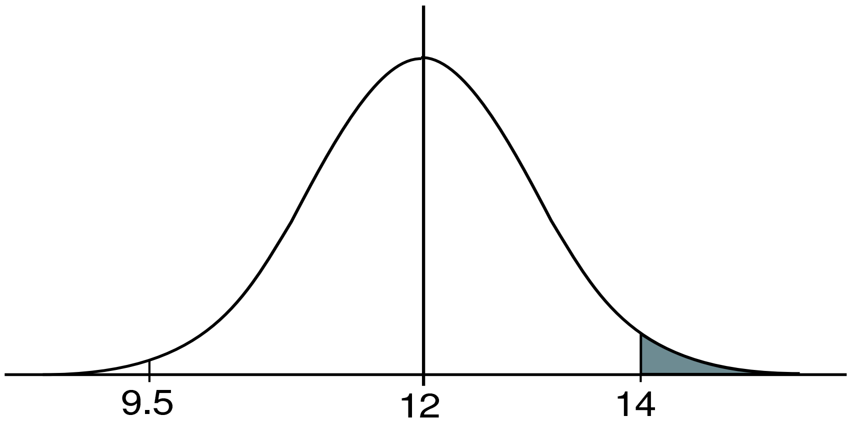


Figure A.1:

Si on cherche à calculer x_1 et x_2 tel que $P(x_1 < X \leq x_2) < 1 - 0,02$, on utilise la

symétrie par rapport à la moyenne, et on cherche x_1 et x_2 tels que:
$\Pi\left(\frac{x_2-12}{2}\right)=0,999=\Pi(3,09)$, c'est à dire $x_2=12+3,09\times 2=18,18$,
et $\Pi\left(\frac{x_1-12}{2}\right)=0,001=\Pi(-3,09)$, c'est à dire $x_2=12-3,09\times 2=5,82$.
Pour les grandes valeurs de ϵ_α, on utilisera le tableau suivant :

P	$0,9999$	$0,99999$	$0,999999$	$0,9999999$	$0,99999999$	$0,999999999$
ϵ_α	$3,7190$	$4,2649$	$4,7534$	$5,1993$	$5,6120$	$5,9978$

TABLE 2.

P	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	
0,00	∞	3,0902	2,8782	2,7478	2,6521	2,5758	2,5121	2,4573	2,4089	2,3656	2,3263	0,99
0,01	2,3263	2,2904	2,2571	2,2262	2,1973	2,1701	2,1444	2,1201	2,0969	2,0749	2,0537	0,98
0,02	2,0537	2,0335	2,0141	1,9954	1,9774	1,9600	1,9421	1,9268	1,9110	1,8957	1,8808	0,97
0,03	1,8808	1,8663	1,8522	1,8384	1,8250	1,8119	1,7991	1,7866	1,7744	1,7624	1,7507	0,96
0,04	1,7507	1,7392	1,7279	1,7169	1,7060	1,6954	1,6849	1,6747	1,6646	1,6546	1,6449	0,95
0,05	1,6449	1,6352	1,6258	1,6164	1,6072	1,5982	1,5893	1,5805	1,5718	1,5632	1,5548	0,94
0,06	1,5548	1,5464	1,5382	1,5301	1,5220	1,5141	1,5063	1,4985	1,4909	1,4833	1,4758	0,93
0,07	1,4758	1,4684	1,4611	1,4538	1,4466	1,4395	1,4325	1,4255	1,4187	1,4118	1,4051	0,92
0,08	1,4051	1,3984	1,3917	1,3852	1,3787	1,3722	1,3658	1,3595	1,3532	1,3469	1,3408	0,91
0,09	1,3408	1,3346	1,3285	1,3225	1,3165	1,3106	1,3047	1,2988	1,1930	1,2873	1,2816	0,90
0,10	1,2816	1,2759	1,2702	1,2646	1,2591	1,2536	1,2481	1,2426	1,2372	1,2319	1,2265	0,89
0,11	1,2265	1,2212	1,2160	1,2107	1,2055	1,2004	1,1952	1,1901	1,1850	1,1800	1,1750	0,88
0,12	1,1750	1,1700	1,1650	1,1601	1,1552	1,1503	1,1455	1,1407	1,1359	1,1311	1,1264	0,87
0,13	1,1264	1,1217	1,1170	1,1123	1,1077	1,1031	1,0985	1,0939	1,0893	1,0848	1,0803	0,86
0,14	1,0803	1,0758	1,0714	1,0669	1,0625	1,0581	1,0537	1,0494	1,0450	1,0407	1,0364	0,85
0,15	1,0364	1,0322	1,0279	1,0237	1,0194	1,0152	1,0110	1,0069	1,0027	0,9986	0,9945	0,84
0,16	0,9945	0,9904	0,9863	0,9822	0,9782	0,9741	0,9701	0,9661	0,9621	0,9581	0,9542	0,83
0,17	0,9542	0,9502	0,9463	0,9424	0,9385	0,9346	0,9307	0,9269	0,9230	0,9192	0,9154	0,82
0,18	0,9154	0,9116	0,9078	0,9040	0,9002	0,8965	0,8927	0,8890	0,8853	0,8816	0,8779	0,81
0,19	0,8779	0,8742	0,8705	0,8669	0,8633	0,8596	0,8560	0,8524	0,8488	0,8452	0,8416	0,80
0,20	0,8416	0,8381	0,8345	0,8310	0,8274	0,8239	0,8204	0,8169	0,8134	0,8099	0,8064	0,79
0,21	0,8064	0,8030	0,7995	0,7961	0,7926	0,7892	0,7858	0,7824	0,7790	0,7756	0,7722	0,78
0,22	0,7722	0,7688	0,7655	0,7621	0,7588	0,7554	0,7521	0,7488	0,7454	0,7421	0,7388	0,77
0,23	0,7388	0,7356	0,7323	0,7290	0,7257	0,7225	0,7192	0,7160	0,7128	0,7095	0,7063	0,76
0,24	0,7063	0,7031	0,6999	0,6967	0,6935	0,6903	0,6871	0,6840	0,6808	0,6776	0,6745	0,75
0,25	0,6745	0,6713	0,6682	0,6651	0,6620	0,6588	0,6557	0,6526	0,6495	0,6464	0,6433	0,74
0,26	0,6433	0,6403	0,6372	0,6341	0,6311	0,6280	0,6250	0,6219	0,6189	0,6158	0,6128	0,73
0,27	0,6128	0,6098	0,6068	0,6038	0,6008	0,5978	0,5948	0,5918	0,5888	0,5858	0,5828	0,72
0,28	0,5828	0,5799	0,5769	0,5740	0,5710	0,5681	0,5651	0,5622	0,5592	0,5563	0,5534	0,71
0,29	0,5534	0,5505	0,5476	0,5446	0,5417	0,5388	0,5359	0,5330	0,5302	0,5273	0,5244	0,70
0,30	0,5244	0,5215	0,5187	0,5158	0,5129	0,5101	0,5072	0,5044	0,5015	0,4987	0,4959	0,69
0,31	0,4959	0,4930	0,4902	0,4874	0,4845	0,4817	0,4789	0,4761	0,4733	0,4705	0,4677	0,68
0,32	0,4677	0,4649	0,4621	0,4565	0,4593	0,4538	0,4510	0,4482	0,4454	0,4427	0,4399	0,67
0,33	0,4399	0,4372	0,4344	0,4316	0,4289	0,4261	0,4234	0,4207	0,4179	0,4152	0,4125	0,66
0,34	0,4125	0,4097	0,4070	0,4043	0,4016	0,3989	0,3961	0,3934	0,3907	0,3880	0,3853	0,65
0,35	0,3853	0,3826	0,3799	0,3772	0,3745	0,3719	0,3692	0,3665	0,3638	0,3611	0,3585	0,64
0,36	0,3585	0,3558	0,3531	0,3505	0,3478	0,3451	0,3425	0,3398	0,3372	0,3345	0,3319	0,63
0,37	0,3319	0,3292	0,3266	0,3239	0,3213	0,3186	0,3160	0,3134	0,3107	0,3081	0,3055	0,62
0,38	0,3055	0,3029	0,3002	0,2976	0,2950	0,2924	0,2898	0,2871	0,2845	0,2819	0,2793	0,61
0,39	0,2793	0,2767	0,2741	0,2715	0,2689	0,2663	0,2637	0,2611	0,2585	0,2559	0,2533	0,60
0,40	0,2533	0,2508	0,2482	0,2456	0,2430	0,2404	0,2378	0,2353	0,2327	0,2301	0,2275	0,59
0,41	0,2275	0,2250	0,2224	0,2198	0,2173	0,2147	0,2121	0,2096	0,2070	0,2045	0,2019	0,58
0,42	0,2019	0,1993	0,1968	0,1942	0,1917	0,1891	0,1866	0,1840	0,1815	0,1789	0,1764	0,57
0,43	0,1764	0,1738	0,1713	0,1687	0,1662	0,1637	0,1611	0,1586	0,1560	0,1535	0,1510	0,56
0,44	0,1510	0,1484	0,1459	0,1434	0,1408	0,1383	0,1358	0,1332	0,1307	0,1282	0,1257	0,55
0,45	0,1257	0,1231	0,1206	0,1181	0,1156	0,1130	0,1105	0,1080	0,1055	0,1030	0,1004	0,54
0,46	0,1004	0,0979	0,0954	0,0929	0,0904	0,0878	0,0853	0,0828	0,0803	0,0778	0,0753	0,53
0,47	0,0753	0,0728	0,0702	0,0677	0,0652	0,0627	0,0602	0,0577	0,0552	0,0527	0,0502	0,52
0,48	0,0502	0,0476	0,0451	0,0426	0,0401	0,0376	0,0351	0,0326	0,0301	0,0276	0,0251	0,51
0,49	0,0251	0,0226	0,0201	0,0175	0,0150	0,0125	0,0100	0,0075	0,0050	0,0025	0,0000	0,50
	0,010	0,009	0,008	0,007	0,006	0,005	0,004	0,003	0,002	0,001	0,000	P

A.3 Fractiles de la loi de Student.

Soit une v.a. T ayant une densité de Student à ν degrés de liberté (voir **??**).
Le fractile t_p d'ordre P est tel que :

$$P(T \leq t_p) = \int_{-\infty}^{t_p} f(t)dt = P$$

La table ci-contre donne les fractiles t_P, en fonction de ν, pour certaines valeurs de $P \geq 0,60$.

- Pour les valeurs de $P \leq 0,40$, on a $t_P = -t_{1-P}$.

- Pour les valeurs de ν ne figurant pas dans la table, on pourra :
  - procéder par interpolation
  - utiliser l'approximation par la loi normale réduite ($\nu > 100$).

Par exemple, pour $\nu = 9$ et $P = 0,975$, on lit $t_P = 2,262$
et pour $P = 0,025$, on déduit $t_P = -2,262$.
Pour $\nu = 75$ et $P = 0,975$, on lit $t_P = \frac{1}{2}(1,997 + 1,990) = 1,992$.

TABLE 3.

ν \ P	0.60	0.70	0.80	0.90	0.95	0.975	0.990	0.995	0.999	0.9995
1	0.325	0.727	1.376	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.3	636.6
2	0.289	0.617	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.33	31.60
3	0.277	0.584	0.978	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.22	12.94
4	0.271	0.569	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.267	0.559	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.859
6	0.265	0.553	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	0.263	0.549	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.405
8	0.262	0.546	0.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	0.261	0.543	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.260	0.542	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	0.260	0.540	0.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	0.259	0.539	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.259	0.538	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	0.258	0.537	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	0.258	0.536	0.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	0.258	0.535	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	0.257	0.534	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	0.257	0.534	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.611	3.922
19	0.257	0.533	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	0.257	0.533	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	0.257	0.532	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	0.256	0.532	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	0.256	0.532	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	0.256	0.531	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	0.256	0.531	0.856	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	0.256	0.531	0.856	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	0.256	0.531	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	0.256	0.530	0.855	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	0.256	0.530	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	0.256	0.530	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
32	0.256	0.530	0.853	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.365	3.622
34	0.255	0.529	0.852	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.348	3.601
36	0.255	0.529	0.852	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719	3.333	3.582
38	0.255	0.529	0.851	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712	3.319	3.566
40	0.255	0.529	0.851	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
50	0.255	0.528	0.849	1.298	1.676	2.009	2.403	2.678	3.261	3.496
60	0.254	0.527	0.848	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
70	0.254	0.527	0.847	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648	3.211	3.435
80	0.254	0.527	0.846	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.195	3.415
90	0.254	0.526	0.846	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632	3.183	3.402
100	0.254	0.526	0.845	1.290	1.660	1.984	2.365	2.626	3.174	3.389
200	0.254	0.525	0.843	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601	3.131	3.339
500	0.253	0.525	0.842	1.283	1.648	1.965	2.334	2.586	3.106	3.310
∞	0.253	0.524	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

A.4 Fractiles de la loi Khi-deux.

Soit une v.a. T suivant une loi du χ^2 à ν degrés de liberté (voir **??**).
Le fractile χ_p^2 d'ordre P est tel que :

$$P(T \leq \chi_p^2) = P$$

La table ci-contre donne les fractiles χ_P^2, en fonction de ν, pour certaines valeurs de P.
Pour les valeurs de ν ne figurant pas dans la table, on pourra procéder par interpolation.
Par exemple, pour $\nu = 10$ et $P = 0,975$, on lit $\chi_p^2 = 20,5$
et pour $P = 0,025$, on lit $\chi_p^2 = 3,25$.
Pour $\nu = 75$ et $P = 0,975$, on lit $\chi_p^2 = \frac{1}{2}(95,0 + 106,6) = 100,8$.

<u>TABLE 4.</u>

ν \ P	0.001	0.005	0.010	0.025	0.05	0.10	0.50	0.90	0.95	0.975	0.990	0.995	0.999
1	–	–	–	0.001	0.004	0.016	0.455	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	10.8
2	0.002	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	1.39	4.61	5.99	7.38	9.21	10.6	13.8
3	0.024	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	2.37	6.25	7.81	9.35	11.3	12.8	16.3
4	0.091	0.207	0.297	0.484	0.711	1.06	3.36	7.78	9.49	11.1	13.3	14.9	18.5
5	0.210	0.412	0.554	0.831	1.15	1.61	4.35	9.24	11.1	12.8	15.1	16.7	20.5
6	0.381	0.676	0.872	1.24	1.64	2.20	5.35	10.6	12.6	14.4	16.8	18.5	22.5
7	0.598	0.989	1.24	1.69	2.17	2.83	6.35	12.0	14.1	16.0	18.5	20.3	24.3
8	0.857	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	7.34	13.4	15.5	17.5	20.1	22.0	26.1
9	1.15	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	8.34	14.7	16.9	19.0	21.7	23.6	27.9
10	1.48	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	9.34	16.0	18.3	20.5	23.2	25.2	29.6
11	1.83	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	10.3	17.3	19.7	21.9	24.7	26.8	31.3
12	2.21	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	11.3	18.5	21.0	23.3	26.2	28.3	32.9
13	2.62	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	12.3	19.8	22.4	24.7	27.7	29.8	34.5
14	3.04	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	13.3	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3	36.1
15	3.48	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	14.3	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8	37.7
16	3.94	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	15.3	23.5	26.3	28.8	32.0	34.3	39.3
17	4.42	5.70	6.41	7.56	8.67	10.1	16.3	24.8	27.6	30.2	33.4	35.7	40.8
18	4.90	6.26	7.01	8.23	9.39	10.9	17.3	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2	42.3
19	5.41	6.84	7.63	8.91	10.1	11.7	18.3	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6	43.8
20	5.92	7.43	8.26	9.59	10.9	12.4	19.3	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0	45.3
21	6.45	8.03	8.90	10.3	11.6	13.2	20.3	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4	46.8
22	6.98	8.64	9.54	11.0	12.3	14.0	21.3	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8	48.3
23	7.53	9.26	10.2	11.7	13.1	14.8	22.3	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2	49.7
24	8.08	9.89	10.9	12.4	13.8	15.7	23.3	33.2	26.4	29.4	43.0	45.6	51.2
25	8.65	10.5	11.5	13.1	14.6	16.5	24.3	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9	52.6
26	9.22	11.2	12.2	13.8	15.4	17.3	25.3	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3	54.1
27	9.80	11.8	12.9	14.6	16.2	18.1	26.3	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6	55.5
28	10.4	12.5	13.6	15.3	16.9	18.9	27.3	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0	56.9
29	11.0	13.1	14.3	16.0	17.7	19.8	28.3	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3	58.3
30	11.6	13.8	15.0	16.8	18.5	20.6	29.3	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7	59.7
32	12.8	15.1	16.4	18.3	20.1	22.3	31.3	42.6	46.2	49.5	53.5	56.3	62.5
34	14.1	16.5	17.8	19.8	21.7	24.0	33.3	44.9	48.6	52.0	56.1	59.0	65.2
36	15.3	17.9	19.2	21.3	23.3	25.6	35.3	47.2	51.0	54.4	58.6	61.6	68.0
38	16.6	19.3	20.7	22.9	24.9	27.3	37.3	49.5	53.4	56.9	61.2	64.2	70.7
40	17.9	20.7	22.2	24.4	26.5	29.1	39.3	51.8	55.8	59.3	63.7	66.8	73.4
50	24.7	28.0	29.7	32.4	34.8	37.7	49.3	63.2	67.5	71.4	76.2	79.5	86.7
60	31.7	35.5	37.5	40.5	43.2	46.5	59.3	74.4	79.1	83.3	88.4	92.0	99.6
70	39.0	43.3	45.4	48.8	51.7	55.3	69.3	85.5	90.5	95.0	100.4	104.2	112.3
80	46.5	51.2	53.5	57.2	60.4	64.3	79.3	96.6	101.9	106.6	112.3	116.3	124.8
90	54.2	59.2	61.8	65.6	69.1	73.3	89.3	107.6	113.1	118.1	124.1	128.3	137.2
100	61.9	67.3	70.1	74.2	77.9	82.4	99.3	118.5	124.3	129.6	135.8	140.2	149.4