

T. D. n° 2

Le problème de l'estimation

Ces exercices sont issus du livre « Probabilités : Une approche expérimentale » de Serge MARKOVITCH

Exercice 1. Une machine fabrique des billes métalliques dont le poids, mesuré en grammes, suit une loi normale. Nous prélevons au hasard 10 billes. Leurs poids sont

19,6; 20; 20,2; 20,1; 20; 19,9; 20; 20,3; 20,1; 19,8.

1. Quel est l'intervalle de confiance à 95% du poids des billes métalliques fabriquées ?
2. En réalité, l'écart-type σ de la population est connu et égal à 0,2. Quel est l'intervalle de confiance à 95% du poids des billes métalliques fabriquées ?

Exercice 2. Voulant évaluer rapidement les résultats obtenus par ses 200 élèves-ingénieurs de l'ESIEA Paris lors d'un partiel, un professeur décide de corriger quelques copies tirées au hasard. Il admet par ailleurs que les notes de ses élèves suivent une loi normale de variance 4.

1. Le professeur corrige un échantillon de 7 copies et trouve une moyenne de 11. Quel est l'intervalle de confiance à 95% de la moyenne des 200 copies ?
2. Combien de copies le professeur doit-il corriger s'il veut situer la moyenne générale de ses élèves dans un intervalle de confiance d'amplitude 2, avec un risque de 5% ?
3. En trouvant une moyenne égale à 11, combien de copies le professeur devrait-il corriger pour pouvoir dire, avec un risque de 1%, que la moyenne de tous les élèves est supérieure à 10 ?

Exercice 3. Une entreprise fabrique un certain type de composants électroniques dont la durée de vie X , exprimée en heures, est une variable aléatoire. Des mesures effectuées sur un échantillon aléatoire de taille 50 ont donné les résultats suivants :

$$\sum_{i=1}^{50} x_i = 60\,000; \quad \sum_{i=1}^{50} x_i^2 = 74 \times 10^6.$$

1. Donner une estimation ponctuelle de la durée de vie moyenne des composants.
2. Donner une estimation ponctuelle de l'écart-type de cette durée de vie.
3. Donner l'intervalle de confiance à 95%, puis à 99% de cette durée de vie moyenne.
4. Quelle aurait du être la taille de l'échantillon pour que l'intervalle de confiance à 95% de la durée de vie moyenne des composants ait une amplitude de 60 heures ?

Exercice 4. À la veille d'une consultation électorale, nous effectuons un sondage.

1. Dans un échantillon représentatif de 1000 personnes, 500 personnes déclarent vouloir voter pour Dupond, 250 pour Durand et 50 pour Duroc. Donner les intervalles de confiance à 95% et 99% du pourcentage de personnes ayant l'intention de voter Dupond, Durand ou Duroc.
2. Nous évaluons le pourcentage de personnes ayant l'intention de voter pour un quatrième candidat, Duval, à 17% ? Combien faut-il interroger de personnes pour obtenir un intervalle de confiance à 95% du pourcentage de personnes ayant l'intention de voter Duval, avec une précision de 1% ?