

# T. D. n° 6

## Tests de comparaison de moyennes

### Exercice 1. Gaz nocif. D'après l'examen de Janvier 2006.

Dans l'atmosphère, le taux d'un gaz nocif, pour un volume donné, suit une loi normale d'espérance  $\mu$  et de variance  $\sigma^2$ . Nous effectuons  $n$  prélèvements conduisant aux valeurs  $x_1, \dots, x_n$ .

1. Nous savons que  $\sigma^2 = 100$  et que sur  $n = 10$  prélèvements, nous avons trouvé une valeur moyenne de 48.
  - a. Pouvons-nous conclure avec un risque de 5% que l'espérance  $\mu$  est inférieure à 50, qui est le seuil tolérable admis ?
  - b. Pouvons-nous donner cette conclusion au risque 1% et 10% ?
2. Nous ne connaissons pas la variance  $\sigma^2$ , mais nous avons effectué 200 prélèvements. Nous trouvons une moyenne égale à 51 et une variance empirique corrigée égale à 100.  
Pouvons-nous conclure avec un risque de 5% que l'espérance  $\mu$  est inférieure à 50, qui est le seuil tolérable admis ?

### Exercice 2. Pisciculture. D'après l'examen de Janvier 2006.

Dans une pisciculture, l'effet de deux régimes alimentaires sur la croissance d'une espèce de poisson a été analysé. Pour se faire, la longueur de deux lots de poissons a été mesurée à l'issue de l'expérience. Les résultats obtenus sont les suivants :

Régime A	Régime B
$n_A = 180$	$n_B = 100$
$\sum x_A = 3780$	$\sum x_B = 2140$
$\sum x_A^2 = 80000$	$\sum x_B^2 = 46000$ .

Une différence de régime alimentaire affecte-t-elle significativement la croissance des poissons au seuil  $\alpha = 5\%$  ?

### Exercice 3. Contrôle des teneurs en nitrates d'eaux de sources. D'après le livre de Dagnélie.

Nous avons observé les teneurs en nitrates suivantes, en ce qui concerne les eaux de 30 sources d'une région donnée (en milligrammes de  $\text{NO}_3$  par litre). Ces données proviennent de Demarets, 1992. Les données sont présentées dans le tableau suivant :

37	21	0	19	1	5	0	13	1	20
34	19	17	74	28	34	61	15	35	55
28	10	69	48	63	8	18	34	18	90

Nous nous posons la question de savoir si, en moyenne, les teneurs en nitrates des eaux de sources de l'ensemble de la région considérée ne dépassent pas un seuil ou une norme de 25 mg/l, au risque  $\alpha = 5\%$ .

#### Exercice 4. Le prix du gazole.

Nous comparons les prix du gazole observés dans deux stations services, notées A et B pour conserver l'anonymat, de marque différente situées à Ivry-sur-Seine, à différents instants « bien choisis ». Nous avons relevé le même nombre de prix dans les deux stations. Quelles conclusions pouvez-vous tirer de ces mesures ?

A	1,39	1,37	1,35	1,36	1,32	1,31	1,35	1,42	1,36	1,38	1,29	1,32
	1,39	1,32	1,37	1,33	1,34	1,29	1,29	1,38				
B	1,38	1,35	1,35	1,42	1,38	1,41	1,40	1,42	1,40	1,33	1,40	1,43
	1,41	1,29	1,37	1,37	1,40	1,36	1,38	1,45				

#### Exercice 5. Enseignement.

Nous souhaitons tester l'efficacité d'une formation dans un domaine donné. Pour cela, nous comparons deux échantillons de personnes du niveau de connaissance requis pour accéder à la formation. Le premier échantillon (1) est constitué de 220 personnes n'ayant pas subi la formation, le deuxième (2) de 210 personnes venant de la terminer. Chaque échantillon, que nous considérerons comme représentatif (au sens de la sélection quasi aléatoire) des populations avec ou sans formation, est soumis au même test. Les notes moyennes respectives obtenues sont 13,4 et 14,6. Les notes montrent, respectivement aussi, des écarts-types de 2,98 et 2,64.

Poser et tester l'hypothèse nulle  $\mathcal{H}_0$  au vu de ces résultats (aide : ici l'hypothèse alternative  $\mathcal{H}_1$  est unilatérale).

#### Exercice 6. Banque.

Nous voulons tester si les proportions de clients ayant des SICAV monétaires sont identiques dans la banque 1 et dans la banque 2. Pour cela, nous tirons au hasard dans les fichiers  $n_1 = 230$  clients de la banque 1 et  $n_2 = 180$  clients de la banque 2. Nous trouvons, respectivement dans ces deux échantillons, 51 et 35 possesseurs de SICAV monétaires.

Conclure en prenant un risque de première espèce  $\alpha = 5\%$ . (Si nécessaire, nous admettrons une approximation gaussienne des lois binomiales).