T. D. n$^{\text{o}}$ 4

Analyse de la variance : Plans déséquilibrés, facteurs aléatoires et emboîtés.

Les données des deux premiers exercices sont inspirées du livre de Pierre Dagnélie Statistique Théorique et Appliquée*, éditions De Boeck. Les données du troisième exercice sont tirées du livre d'exercices de François Husson et de Jérôme Pagès intitulé* Statistiques générales pour utilisateurs*, éditions PUR.*

Exercice 1. Détermination d'une fumure optimale pour le blé

Une expérience en blocs aléatoires complets a été réalisée sur du blé au Rwanda. Trois doses d'acide phosphorique (100, 200 et 300 kg/ha) et trois doses de chaux (1000, 4500 et 8000 kg/ha), les neufs combinaisons des engrais ayant été affectées chacune au hasard et indépendamment à une parcelle au sein de chacun des trois blocs.

Fumures		Bloc		
P_2O_5	CaO	1	2	3
1	1	1,30	0,80	2,01
1	2	2,05	2,37	2,52
1	3	2,07	2,60	2,25
2	1	2,25	2,36	2,71
2	2	2,99	2,92	3,63
2	3	2,62	2,89	3,43
3	1	2,61	2,36	3,29
3	2	3,22	2,93	3,85
3	3	3,15	3,35	3,67

1. Quels modèles d'analyse de la variance peut-on utiliser avec ces données ? Le plan est-il équilibré ? Il y a-t-il des facteurs à effets aléatoires ?
2. On décide dans cette question de négliger l'influence du facteur *essai*. Procéder à l'étude de ces données en utilisant le modèle d'analyse de la variance à trois facteurs le plus complet que vous pouvez utiliser.
3. Comment modéliser le facteur *Essai* ? L'intégrer à l'analyse.

. . . .

Exercice 2. Cyclamens

Les résultats suivants sont relatifs à la vitesse moyenne de croissance, en mm par jour, des pédoncules floraux observés sur huit plantes de cyclamen, réparties au hasard entre deux milieux de culture.

Milieu 1				Milieu 2			
Plante 1	Plante 2	Plante 3	Plante 4	Plante 5	Plante 6	Plante 7	Plante 8
0,76	0,97	0,58	0,86	0,81	1,07	0,62	0,93
0,66	0,74	0,57	0,93	0,77	0,82	0,99	1,07
0,61		0,51			1,02		0,95
0,65		0,62					0,79
							0,66

1. De quel modèle d'analyse de la variance peut-on se servir pour étudier ces données ?
2. Peut-on conclure sur cette base à l'existence d'une différence significative de vitesse de croissance entre les deux milleux ?

. . . .

Exercice 3. Analyse sensorielle de trois chocolats

Lors d'un test de dégustation hédonique, on s'intéresse à l'appréciation globale de trois chocolats. Pour cela, 45 juges ont participé à cette évaluation qui a eu lieu sur 2 jours (on dispose de 15 échantillons par chocolat). Les notes d'appréciation des juges, comprises en 0 et 7, sont données dans le tableau suivant. Chaque juge n'a évalué qu'un chocolat. Comme chacun choisit son jour de dégustation et le chocolat qu'il évalue, le nombre de données et la répartition des chocolats évalués ne sont pas les mêmes d'un jour à l'autre. On souhaite d'une part vérifier qu'il y a bien un effet *chocolat*, s'il y a un effet *jour* (les chocolats pouvant être plus ou moins appréciés lors du premier ou du deuxième jour) et un effet de l'interaction entre *chocolat* et *jour*.

	Chocolat 1	Chocolat 2	Chocolat 3
Jour 1	5.2 6 5.4 5.2 6.6	4.2 5.2 5 4.4 5.4 4.8 4.4 5.6 6	4.6 5.6 5.2 4.8 5.8 6.4 5 6.2 5.2 5.4 6.4
Jour 2	3.2 4 3.6 4.2 3.8 3.4 4 4.4 4.6 4	3.2 3.6 4.2 4 3.6 4	3 3.8 3.4 4.4

1. Ecrire le modèle permettant de répondre à la problématique. Que signifie l'interaction entre les facteurs *chocolat* et *jour* ?
2. Comment (par quelle formule) sont estimés les paramètres de ce modèle ?
3. Il y a-t-il un effet *jour*, un effet *chocolat* et un effet de l'interaction ?
4. Par chocolat, calculer la moyenne des notes et la comparer avec la moyenne ajustée $(\widehat{\mu} + \widehat{\alpha_i})$. Qu'en pensez-vous ? Quel le chocolat préféré ?
5. Tester l'hypothèse "H_0 : l'effet du chocolat 1 est nul" (préciser les hypothèses du test, la statistique de test, la loi de la statistique de test sous H_0, et la décision)

. . . .