

Examen de Statistique Approfondie I

Le cours, les exercices de travaux dirigés, leurs corrigés ainsi que les notes de cours sont autorisés. Les livres sont interdits

Durée de l'épreuve 2 heures

Exercice 1. Comparaison de trois variétés de blé en fonction de deux doses d'azote

Au cours d'une étude sur les facteurs influençant le rendement en blé, on a comparé trois variétés (L, N et NF) et deux apports d'azote (un apport "normal", la dose 1, et un apport "intensif", la dose 2). Trois répétitions pour chaque couple (variété, dose d'engrais) ont été effectuées et le rendement (en q/ha) a été mesuré. On s'intéresse principalement aux différences qui pourraient exister d'une variété à l'autre, et aux interactions éventuelles des variétés avec les apports azotés. Les données sont fournies dans le tableau suivant.

| | Variété L | Variété N | Variété NF | $\bar{y}_{i\bullet\bullet}$ |
|------------------------------|-----------|-----------|------------|-----------------------------|
| Dose 1 | 70,35 | 62,56 | 69,45 | 65,698 |
| | 63,59 | 58,89 | 64,84 | |
| | 79,83 | 55,65 | 66,12 | |
| Dose 2 | 74,97 | 58,78 | 69,85 | 67,462 |
| | 69,12 | 64,39 | 64,89 | |
| | 77,18 | 60,83 | 67,15 | |
| $\bar{y}_{\bullet j\bullet}$ | 72,507 | 60,183 | 67,050 | 66,580 |

1. Ecrire le modèle relatif à cette étude.

La personne ayant en charge cette étude hésite entre les deux méthodes suivantes :

- Méthode 1 : conserver toutes les données ;
- Méthode 2 : substituer aux trois valeurs observées pour un même couple (variété, dose), leur valeur moyenne.

2. Pour chacune des deux méthodes, donner les degrés de liberté des différentes sources de variabilité présentes dans la table d'analyse de la variance. Quelle méthode utiliseriez-vous ?

On utilise maintenant la première méthode.

3. A l'aide du tableau ci-dessous, déterminer les effets significatifs (pour cela, construire les tests en posant les hypothèses que vous voulez tester, la statistique de test, la loi suivie par cette statistique de test sous H_0 , et la décision que vous prenez). Quel modèle retenez-vous ?

Modèle linéaire généralisé : Rendement en fonction de Variété; Dose

| Facteur | Type | Niveaux | Valeurs | | |
|---------|------|---------|---------|---|----|
| Variété | fixe | 3 | L | N | NF |
| Dose | fixe | 2 | 1 | 2 | |

Analyse de la variance pour Rendement, en utilisant la SC ajustée pour les tests

| Source | DL | SC séq | SC ajust | CM ajust | F | P |
|--------------|----|--------|----------|----------|-------|-------|
| Variété | 2 | 457,58 | 457,58 | 228,79 | 11,86 | 0,001 |
| Dose | 1 | 14,01 | 14,01 | 14,01 | 0,73 | 0,411 |
| Variété*Dose | 2 | 3,67 | 3,67 | 1,83 | 0,10 | 0,910 |
| Erreur | 12 | 231,47 | 231,47 | 19,29 | | |
| Total | 17 | 706,73 | | | | |

| Terme | Coef | Er-T coef | T | P |
|--------------|--------|-----------|-------|-------|
| Constante | 66,580 | 1,035 | 64,32 | 0,000 |
| Variété | | | | |
| L | 5,927 | 1,464 | 4,05 | 0,002 |
| N | -6,397 | 1,464 | -4,37 | 0,001 |
| Dose | | | | |
| 1 | -0,882 | 1,035 | -0,85 | 0,411 |
| Variété*Dose | | | | |
| L 1 | -0,368 | 1,464 | -0,25 | 0,806 |
| N 1 | -0,268 | 1,464 | -0,18 | 0,858 |

Observations aberrantes pour Rendement

| Obs | Rendemen | Ajust | Er-T ajust | Val résid | Val résid norm |
|-----|----------|---------|------------|-----------|----------------|
| 2 | 63,5900 | 71,2567 | 2,5357 | -7,6667 | -2,14R |
| 3 | 79,8300 | 71,2567 | 2,5357 | 8,5733 | 2,39R |

R indique une observation avec une valeur résiduelle normalisée importante.

Quelques tests classiques sur les résidus du modèle.

Test de légalité des variances

| | | |
|----------|-----------|------|
| Réponse | Rendement | |
| Facteurs | Variété | Dose |
| NivConf | 95,0000 | |

Intervalles de confiance de Bonferroni pour les écarts-types

| Infér | Sigma | Supér | N | Niveaux de facteur | |
|---------|---------|---------|---|--------------------|---|
| 3,48467 | 8,15788 | 126,249 | 3 | L | 1 |
| 1,77898 | 4,16474 | 64,453 | 3 | L | 2 |
| 1,47677 | 3,45723 | 53,503 | 3 | N | 1 |
| 1,21255 | 2,83867 | 43,931 | 3 | N | 2 |
| 1,01652 | 2,37975 | 36,829 | 3 | NF | 1 |
| 1,06073 | 2,48325 | 38,430 | 3 | NF | 2 |

Test de Bartlett (loi normale)

Statistique du test : 4,329
P : 0,503

Test de Levene (pour toute loi de probabilité continue)

Statistique du test : 0,851
P : 0,540

W-test pour la normalité des résidus du modèle

R: 0,9802
Valeur de P (approximatif) : > 0,1000

4. Quelle variété et quelle dose d'acide conseillerez-vous ?

Exercice 2. Evaluation d'un nouveau traitement pour la trisomie

On évalue l'efficacité d'un nouveau traitement ayant pour objet d'améliorer le développement global des enfants atteints de trisomie 21. Pour cela, une étude a été menée auprès de 12 enfants. Six d'entre eux ont reçu un produit actif alors que six autres ont reçu un placebo, et ce pendant 6 mois. Un indice de développement global de chaque enfant est calculé avant et après le début de l'étude par un même psychologue. Cet indice de développement global résume l'ensemble des capacités en terme de coordination, posture, langage et sociabilité. La nature du traitement donné n'est connue ni de la famille du patient, ni du psychologue. Deux psychologues ont participé à l'étude. Les données ont été regroupées dans le tableau suivant.

| Enfant | Traitement | Psychologue | Aumentation de l'indice de développement global |
|--------|---------------|-------------|---|
| 1 | placebo | 2 | 36,8 |
| 2 | produit actif | 1 | 93,7 |
| 3 | placebo | 1 | 56,6 |
| 4 | placebo | 1 | 37,7 |
| 5 | produit actif | 2 | 70,3 |
| 6 | placebo | 1 | 24,2 |
| 7 | produit actif | 2 | 42,5 |
| 8 | placebo | 2 | 50,9 |
| 9 | produit actif | 1 | 71,8 |
| 10 | produit actif | 2 | 72,5 |
| 11 | produit actif | 1 | 49,3 |
| 12 | placebo | 2 | 37,3 |

1. Proposer un modèle permettant de mettre en évidence un éventuel effet traitement.

Un modèle d'analyse de la variance a été construit et les résultats ont été recopiés ci-dessous.

Modèle linéaire généralisé : Delta Indice en fonction de Traitement; Psychologue

| Facteur | Type | Niveaux | Valeurs | |
|----------|------|---------|---------|---------------|
| Traiteme | fixe | 2 | placebo | produit actif |
| Psycholo | fixe | 2 | 1 | 2 |

Analyse de la variance pour Delta In, en utilisant la SC ajustée pour les tests

| Source | DL | SC séq | SC ajust | CM ajust | F | P |
|----------|----|--------|----------|----------|------|-------|
| Traiteme | 1 | 2043,6 | 2043,6 | 2043,6 | 7,96 | 0,020 |
| Psycholo | 1 | 44,1 | 44,1 | 44,1 | 0,17 | 0,688 |
| Erreur | 9 | 2310,7 | 2310,7 | 256,7 | | |
| Total | 11 | 4398,4 | | | | |

| Terme | Coef | Er-T coef | T | P |
|-----------|---------|-----------|-------|-------|
| Constante | 53,633 | 4,626 | 11,60 | 0,000 |
| Traiteme | | | | |
| placebo | -13,050 | 4,626 | -2,82 | 0,020 |
| Psycholo | | | | |
| 1 | 1,917 | 4,626 | 0,41 | 0,688 |

Quelques tests classiques sur les résidus du modèle.

Test de légalité des variances

| | |
|----------|------------------------|
| Réponse | RESI1 |
| Facteurs | Traitement Psychologue |
| NivConf | 95,0000 |

Intervalles de confiance de Bonferroni pour les écarts-types

| Infér | Sigma | Supér | N | Niveaux de facteur | |
|---------|---------|---------|---|--------------------|---|
| 7,22422 | 16,2748 | 205,540 | 3 | placebo | 1 |
| 3,55121 | 8,0002 | 101,037 | 3 | placebo | 2 |
| 9,85464 | 22,2007 | 280,379 | 3 | produit actif | 1 |
| 7,42256 | 16,7216 | 211,183 | 3 | produit actif | 2 |

Test de Bartlett (loi normale)

Statistique du test : 1,490
P : 0,685

Test de Levene (pour toute loi de probabilité continue)

Statistique du test : 0,371
P : 0,776

W-test pour la normalité

R: 0,9820

Valeur de P (approximatif) : > 0,1000

2. Quel est le modèle utilisé? Est-ce le même que celui dont vous projetez de vous servir? Quels sont les estimations de tous les coefficients du modèle?
3. A partir des résultats ci-dessus, peut-on considérer que le nouveau traitement est efficace?