Examen de Statistique Appliquée I

****

• *Le cours, les exercices de travaux dirigés, leurs corrigés ainsi que les notes de cours sont autorisés. Tout autre document est interdit.*
• *Les téléphones portables sont formellement interdits.*
• *Les calculatrices sont autorisées.*
• *Tous les tests seront effectués au seuil de signification $\alpha = 5$ %.*
• *Les deux exercices sont indépendants.*
• *Afin de pouvoir traiter les questions, plusieurs résultats numériques et graphiques ont été intégrés au document.*
• *On prendra un soin particulier à préciser quelles sont les hypothèses testées.*

Durée de l'épreuve 2 heures

****

Exercice 1. Dans une expérience sur l'esthétique, on demandait à chaque participant de produire trois dessins utilisant juste un de trois matériaux différents pour chacun des dessins : Crayon, Pinceau ou Feutre. La variable dépendante était la note obtenue après l'évaluation du dessin par un panel de juges. Cette variable est considérée comme quantitative continue. La variable indépendante était le type d'instrument utilisé pour produire le dessin. Étant donné que les participants varieraient certainement par leur qualité artistique, il a été décidé de demander à chacun de produire trois dessins, un avec chaque type d'instrument. Pour essayer de neutraliser les effets d'apprentissage, l'ordre des instruments a été randomisé pour chacun des participants.

30 dessins ont été réalisés dans des conditions similaires sur 10 individus distincts. Leurs résultats, exprimés en unités arbitraires, ont été reproduits dans le tableau ci-dessous.

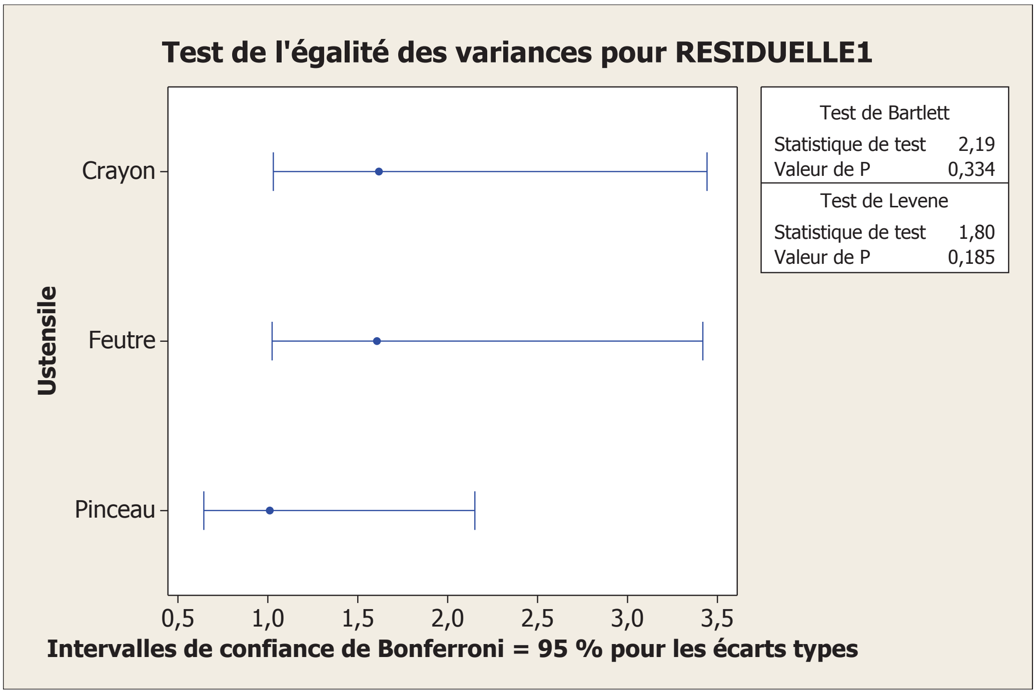
	Ustensile		
Participant	Crayon	Feutre	Pinceau
1	12,71	14,89	12,21
2	18,94	16,35	12,06
3	20,14	16,30	15,99
4	12,00	12,41	10,36
5	19,34	21,91	20,39
6	25,78	20,17	22,83
7	18,98	17,45	16,34
8	22,21	18,31	18,58
9	17,96	12,53	14,04
10	23,81	18,88	20,34

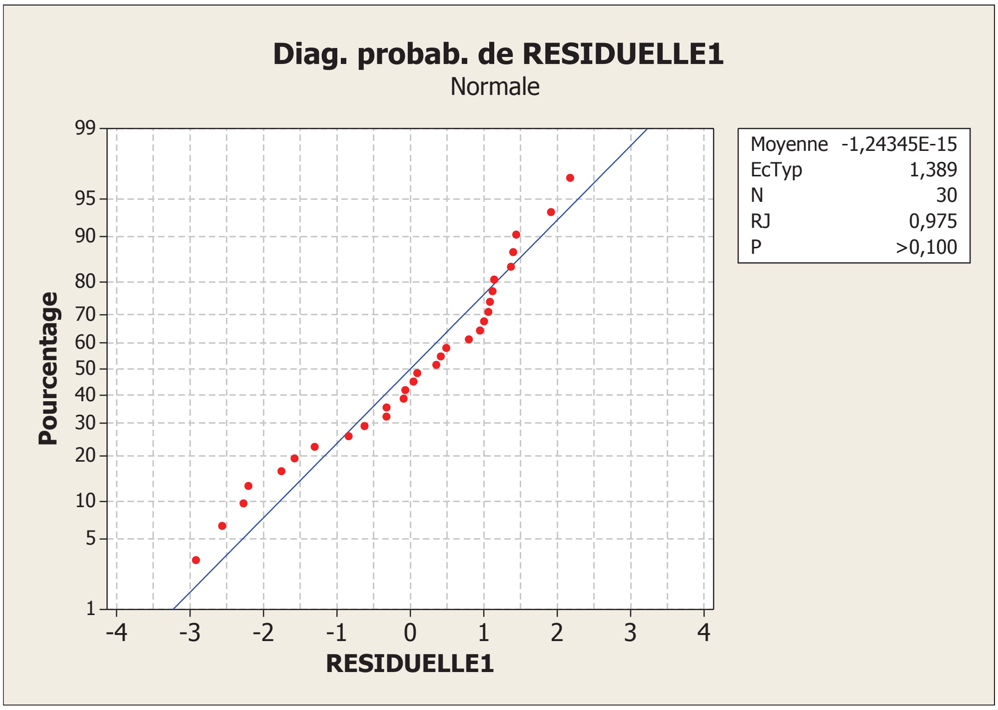
1. Écrire le modèle d'analyse de la variance relatif au modèle dont les résultats sont reproduits dans la suite. On précisera la nature des facteurs explicatifs ainsi que les hypothèses faites.

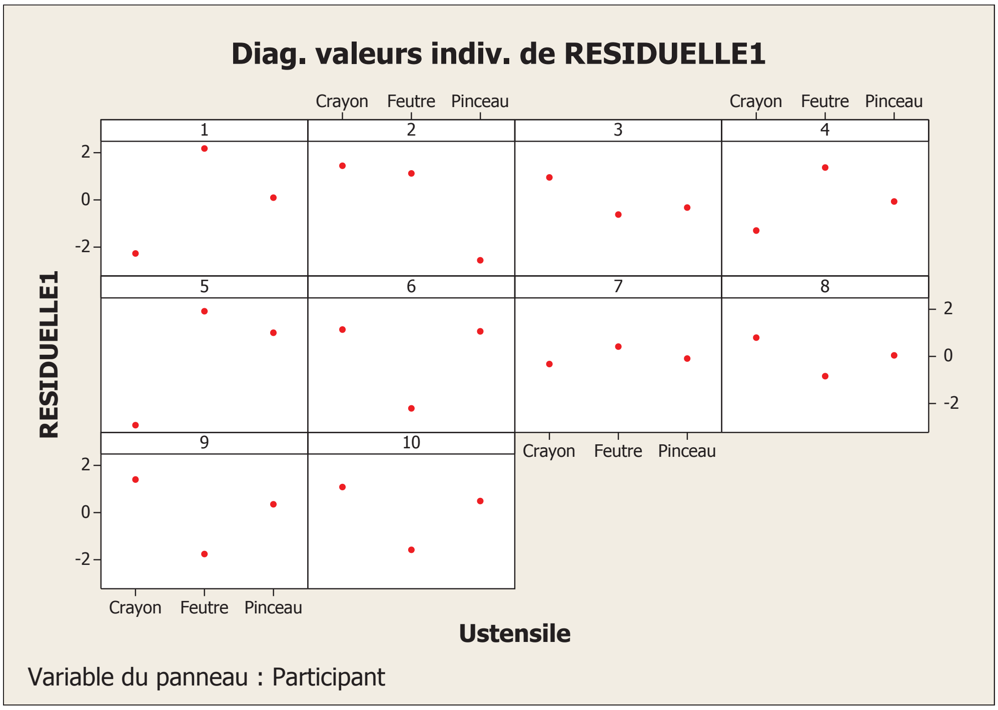
2. Les hypothèses du modèle sont-elles vérifiées ? Calculer les estimations de tous les paramètres du modèle.

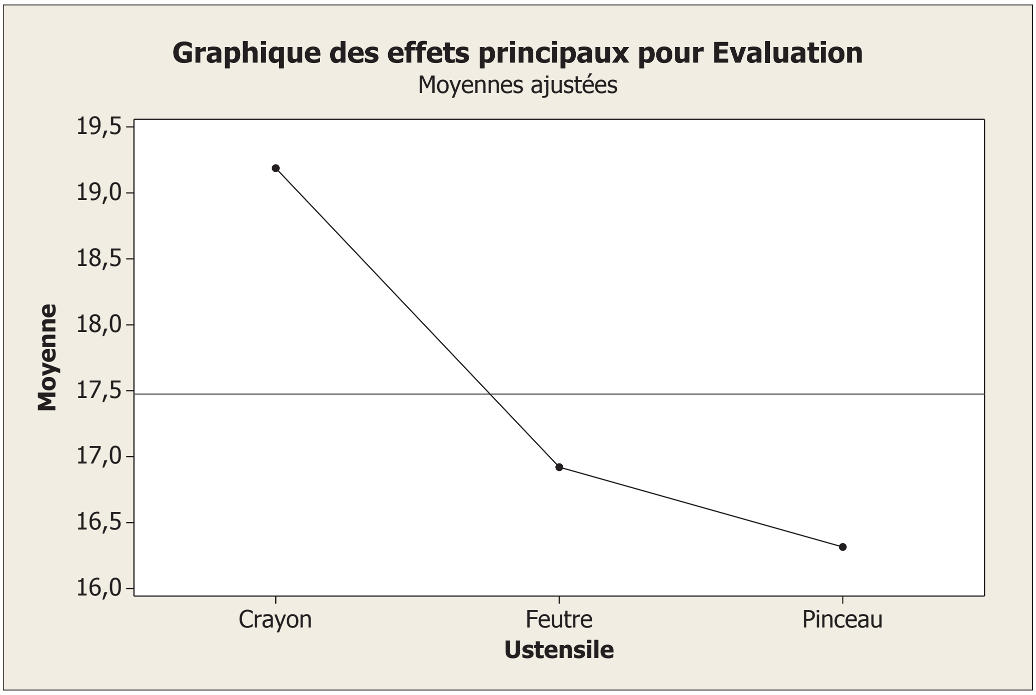
3. Procéder à l'étude du tableau de l'analyse de la variance.

4. Compte tenu de la nature des facteurs peut-on procéder à des comparaisons multiples ? Il y a-t-il un facteur pour lequel cette procédure se justifie, si oui procéder aux tests correspondants et interpréter les résultats.


Test de l'égalité des variances pour RESIDUELLE1
Test de Bartlett
Statistique de test 2,19
Valeur de P 0,334
Test de Levene
Statistique de test 1,80
Valeur de P 0,185
Ustensile
Crayon
Feutre
Pinceau
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
3,5
Intervalles de confiance de Bonferroni = 95 % pour les écarts types


Diag. probab. de RESIDUELLE1
Normale
Moyenne -1,24345E-15
EcTyp 1,389
N 30
RJ 0,975
P >0,100
Pourcentage
99
95
90
80
70
60
50
40
30
20
10
5
1
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
RESIDUELLE1






```
Modèle linéaire général : Evaluation en fonction de Ustensile; Participant

Facteur       Type        Niveaux  Valeurs
```

```
Ustensile    fixe           3  Crayon; Feutre; Pinceau
Participant  aléatoire     10  1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10


Analyse de la variance pour Evaluation, avec utilisation de la somme des carrés
     ajustée pour les tests

                                SomCar
Source       DL  SomCar séq      ajust  CM ajust      F      P
Ustensile     2      45,869     45,869    22,934   7,37  0,005
Participant   9     356,065    356,065    39,563  12,72  0,000
Erreur       18      55,977     55,977     3,110
Total        29     457,912


S = 1,76348   R carré = 87,78 %   R carré (ajust) = 80,31 %


Terme          Coeff  Coef ErT      T      P
Constante    17,4741    0,3220  54,27  0,000
Ustensile
Crayon        1,7134    0,4553   3,76  0,001
Feutre       -0,5540    0,4553  -1,22  0,239
Participant
 1           -4,2018    0,9659  -4,35  0,000
 2           -1,6938    0,9659  -1,75  0,097
 3            0,0038    0,9659   0,00  0,997
 4           -5,8826    0,9659  -6,09  0,000
 5            3,0707    0,9659   3,18  0,005
 6            5,4528    0,9659   5,65  0,000
 7            0,1170    0,9659   0,12  0,905
 8            2,2270    0,9659   2,31  0,033
 9           -2,6298    0,9659  -2,72  0,014


Observations aberrantes pour Evaluation

                                                                 Valeur
                          Valeur                      Valeur  résiduelle
Observation  Evaluation  ajustée  Ajust ErT   résiduelle  normalisée
          5     19,3379  22,2582     1,1153      -2,9203       -2,14 R

R indique une observation ayant une valeur résiduelle normalisée importante


Espérance mathématique des carrés moyens, en utilisant la somme des carrés
     ajustée
```

```
               Espérance mathématique
               des carrés moyens pour
   Source      chaque terme
1  Ustensile   (3) + Q[1]
2  Participant (3) + 3,0000 (2)
3  Erreur      (3)
```

```
Termes d'erreur pour les tests, en utilisant la somme des carrés ajustée

                               Synthèse du
               Erreur  Erreur  carré moyen
   Source        - DL    - CM  de l'erreur
1  Ustensile    18,00   3,110  (3)
2  Participant  18,00   3,110  (3)
```

```
Composantes de la variance, avec la somme des carrés ajustée

              Valeur
Source       estimée
Participant   12,151
Erreur         3,110
```

```
Moyennes issues des moindres carrés pour Evaluation

Ustensile  Moyenne
Crayon       19,19
Feutre       16,92
Pinceau      16,31
```

```
Intervalles de confiance simultanés de Tukey = 95,0 %
Variable de réponse Evaluation
Toutes les comparaisons deux à deux sur les niveaux de Ustensile
Ustensile = Crayon  soustrait de :

Ustensile  Inférieur  Centré  Supérieur  ----+---------+---------+---------+--
Feutre        -4,281  -2,267    -0,2543     (---------*---------)
Pinceau       -4,886  -2,873    -0,8596  (---------*---------)
                                         ----+---------+---------+---------+--
                                          -4,0      -2,0       0,0       2,0


Ustensile = Feutre  soustrait de :
```

```
Ustensile  Inférieur   Centré  Supérieur  ----+---------+---------+---------+--
Pinceau       -2,618  -0,6053      1,408              (---------*---------)
                                          ----+---------+---------+---------+--
                                            -4,0      -2,0       0,0       2,0
```

Tests de simultanéité de Tukey
Variable de réponse Evaluation
Toutes les comparaisons deux à deux sur les niveaux de Ustensile
Ustensile = Crayon soustrait de :

Ustensile	Différence des moyennes	Erreur type de la différence	Valeur de T	Valeur de p ajustée
Feutre	-2,267	0,7887	-2,875	0,0260
Pinceau	-2,873	0,7887	-3,643	0,0050

Ustensile = Feutre soustrait de :

Ustensile	Différence des moyennes	Erreur type de la différence	Valeur de T	Valeur de p ajustée
Pinceau	-0,6053	0,7887	-0,7676	0,7271

Test de l'égalité des variances : RESIDUELLE1 en fonction de Ustensile

Intervalles de confiance de Bonferroni = 95 % pour les écarts types

Ustensile	N	Inférieur	EcTyp	Supérieur
Crayon	10	1,03048	1,61761	3,44240
Feutre	10	1,02347	1,60660	3,41898
Pinceau	10	0,64397	1,01088	2,15124

Test de Bartlett (loi normale)
Résultat du test = 2,19 ; valeur p = 0,334

Test de Levene (toute loi de distribution continue)
Résultat du test = 1,80 ; valeur p = 0,185

....

Exercice 2. D'après ≪ Effect of musical expertise on visuospatial abilities : Evidence from reaction times and mental imagery ≫, Renaud Brochard, André Dufour and Olivier Després, *Brain and Cognition*, Volume 54 (2004) pp. 103-109.

Des chercheurs se sont intéressés à l'effet de l'apprentissage de la musique sur les capacités visuo-spatiales des sujets. Dans l'une des expériences réalisées, les chercheurs utilisent 22 sujets (11 musiciens et 11 non-musiciens). Dans une première condition, ils mesurent le temps de réaction des sujets soumis à un stimulus simple : un petit disque lumineux est affichée pendant 70 ms et les sujets doivent appuyer le plus rapidement possible sur un bouton lorsqu'ils aperçoivent le disque. Dans une deuxième condition, les sujets doivent effectuer un choix : le cercle lumineux est soit vert, soit rouge et les sujets doivent appuyer sur la flèche gauche ou la flèche droite d'un clavier selon la couleur du stimulus.
Les données (temps de réaction moyen sur 80 essais dans chaque condition) observées lors d'une reprise de cette expérience figurent dans le tableau ci-dessous.

Sujets	Expertise	Simple	Choix	Sujets	Expertise	Simple	Choix
s_1	Mus.	160	303	s_{12}	Non-Mus.	158	323
s_2	Mus.	208	230	s_{13}	Non-Mus.	202	345
s_3	Mus.	181	272	s_{14}	Non-Mus.	181	341
s_4	Mus.	133	236	s_{15}	Non-Mus.	164	340
s_5	Mus.	190	283	s_{16}	Non-Mus.	161	244
s_6	Mus.	215	282	s_{17}	Non-Mus.	204	333
s_7	Mus.	183	261	s_{18}	Non-Mus.	177	333
s_8	Mus.	205	291	s_{19}	Non-Mus.	194	287
s_9	Mus.	126	322	s_{20}	Non-Mus.	195	324
s_{10}	Mus.	190	268	s_{21}	Non-Mus.	201	311
s_{11}	Mus.	157	284	s_{22}	Non-Mus.	184	304

1. Indiquer pourquoi il faut considérer un troisième facteur ≪ Sujets ≫, de nature aléatoire, hiérarchisé dans le facteur ≪ Expertise ≫.
2. Donner le modèle complet de l'analyse de la variance. Donner les effets principaux et interactions qu'il est possible de tester.
3. Effectuer l'analyse de la variance en indiquant comment sont obtenus les degrés de liberté.
4. Donner, le cas échéant, les effets et les interactions qui ont un effet significatif avec le risque de mauvaise décision associé. Analyser ces effets à l'aide de graphiques et / ou, si cela est possible, des comparaisons multiples.
5. Évaluer, le cas échéant, le risque de mauvaise décision pour les effets principaux et les interactions qui ne sont pas significatifs.
6. Donner un bref commentaire de l'ensemble des résultats.

Modèle linéaire général : Résultats en fonction de Expertises; Conditions; ...

Facteur	Type	Niveaux	Valeurs
Expertises	fixe	2	Mus.; Non-Mus.
Conditions	fixe	2	C1; C2
Sujets(Expertises)	aléatoire	22	s1; s10; s11; s2; s3; s4; s5; s6; s7; s8; s9; s12; s13; s14; s15; s16; s17; s18; s19; s20; s21; s22

Analyse de la variance pour Résultats, avec utilisation de la somme des carrés ajustée pour les tests

Source	DL	SomCar séq	SomCar ajust	CM ajust	F	P
Expertises	1	6288,1	6288,1	6288,1	9,52	0,006
Conditions	1	147552,4	147552,4	147552,4	201,38	0,000
Expertises*Conditions	1	3281,8	3281,8	3281,8	4,48	0,047
Sujets(Expertises)	20	13205,5	13205,5	660,3	0,90	0,591
Erreur	20	14653,8	14653,8	732,7		
Total	43	184981,5				

S = 27,0683   R carré = 92,08 %   R carré (ajust) = 82,97 %

Terme		Coeff	Coef ErT	T	P
Constante		238,318	4,081	58,40	0,000
Expertises					
Mus.		-11,955	4,081	-2,93	0,008
Conditions					
C1		-57,909	4,081	-14,19	0,000
Expertises*Conditions					
Mus.	C1	8,636	4,081	2,12	0,047
(Expertises)Sujets					
Mus.	s1	5,14	18,25	0,28	0,781
Mus.	s10	2,64	18,25	0,14	0,887
Mus.	s11	-5,86	18,25	-0,32	0,751
Mus.	s2	-7,36	18,25	-0,40	0,691
Mus.	s3	0,14	18,25	0,01	0,994
Mus.	s4	-41,86	18,25	-2,29	0,033
Mus.	s5	10,14	18,25	0,56	0,585
Mus.	s6	22,14	18,25	1,21	0,239
Mus.	s7	-4,36	18,25	-0,24	0,813
Mus.	s8	21,64	18,25	1,19	0,250
Non-Mus.	s12	-9,77	18,25	-0,54	0,598
Non-Mus.	s13	23,23	18,25	1,27	0,218
Non-Mus.	s14	10,73	18,25	0,59	0,563

Non-Mus.	s15	1,73	18,25	0,09	0,926
Non-Mus.	s16	-47,77	18,25	-2,62	0,016
Non-Mus.	s17	18,23	18,25	1,00	0,330
Non-Mus.	s18	4,73	18,25	0,26	0,798
Non-Mus.	s19	-9,77	18,25	-0,54	0,598
Non-Mus.	s20	9,23	18,25	0,51	0,619
Non-Mus.	s21	5,73	18,25	0,31	0,757

Observations aberrantes pour Résultats

Observation	Résultats	Valeur ajustée	Ajust ErT	Valeur résiduelle	Valeur résiduelle normalisée	
2	208,000	169,727	19,991	38,273	2,10	R
9	126,000	174,727	19,991	-48,727	-2,67	R
13	230,000	268,273	19,991	-38,273	-2,10	R
20	322,000	273,273	19,991	48,727	2,67	R

R indique une observation ayant une valeur résiduelle normalisée importante

Espérance mathématique des carrés moyens, en utilisant la somme des carrés ajustée

	Source	Espérance mathématique des carrés moyens pour chaque terme
1	Expertises	(5) + 2,0000 (4) + Q[1; 3]
2	Conditions	(5) + Q[2; 3]
3	Expertises*Conditions	(5) + Q[3]
4	Sujets(Expertises)	(5) + 2,0000 (4)
5	Erreur	(5)

Termes d'erreur pour les tests, en utilisant la somme des carrés ajustée

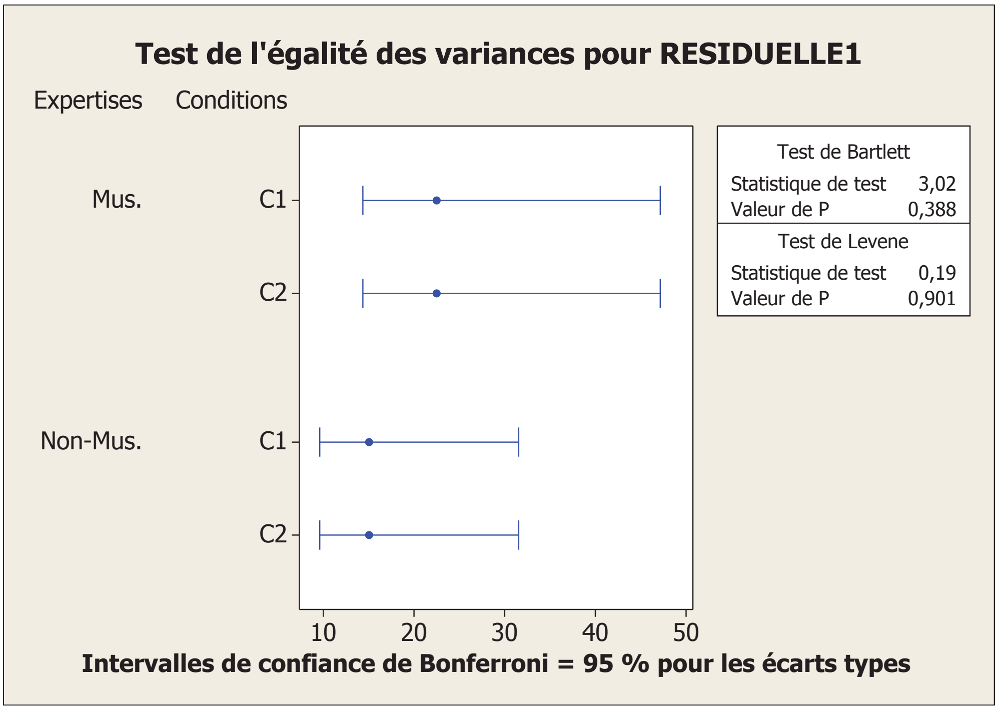
	Source	Erreur - DL	Erreur - CM	Synthèse du carré moyen de l'erreur
1	Expertises	20,00	660,3	(4)
2	Conditions	20,00	732,7	(5)
3	Expertises*Conditions	20,00	732,7	(5)
4	Sujets(Expertises)	20,00	732,7	(5)

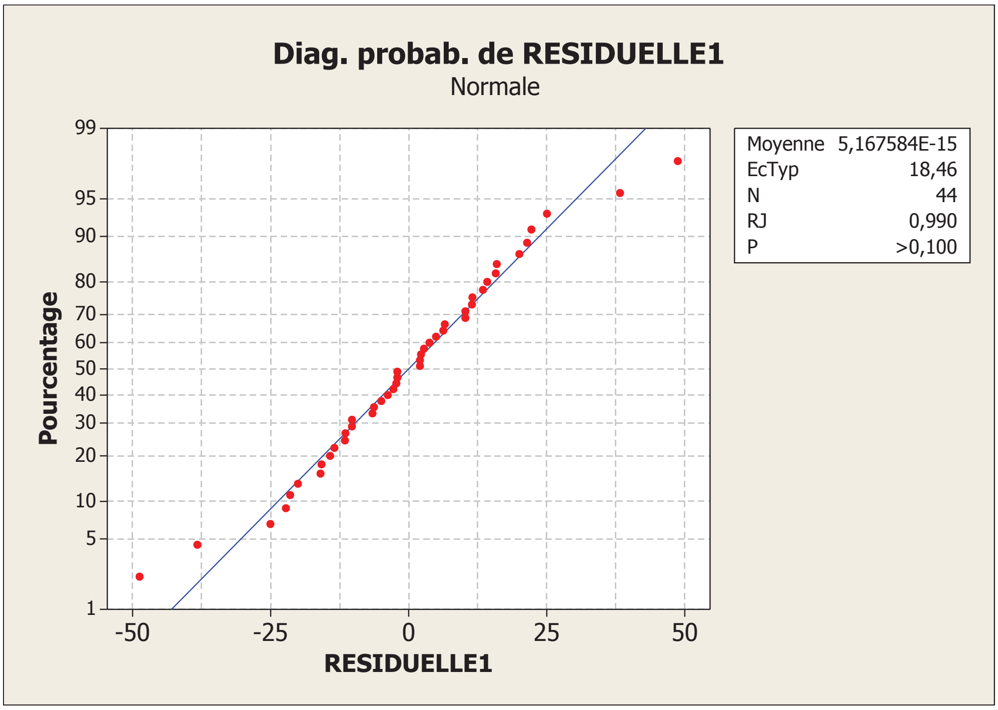
Composantes de la variance, avec la somme des carrés ajustée

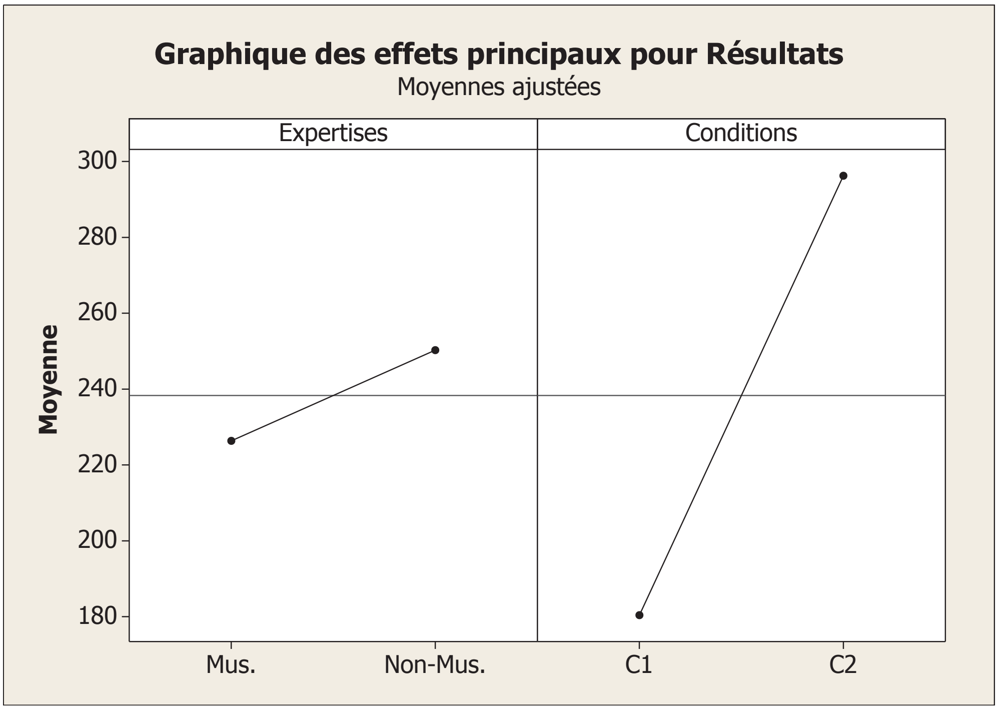
```
                      Valeur
Source               estimée
Sujets(Expertises)    -36,21
Erreur                732,69


Moyennes issues des moindres carrés pour Résultats

Expertises  Moyenne
Mus.          226,4
Non-Mus.      250,3
Conditions
C1            180,4
C2            296,2
```




Diag. probab. de RESIDUELLE1
Normale
Pourcentage
99
95
90
80
70
60
50
40
30
20
10
5
1
-50
-25
0
25
50
RESIDUELLE1
Moyenne 5,167584E-15
EcTyp 18,46
N 44
RJ 0,990
P >0,100


Graphique des effets principaux pour Résultats
Moyennes ajustées
Expertises
Conditions
Moyenne
300
280
260
240
220
200
180
Mus.
Non-Mus.
C1
C2

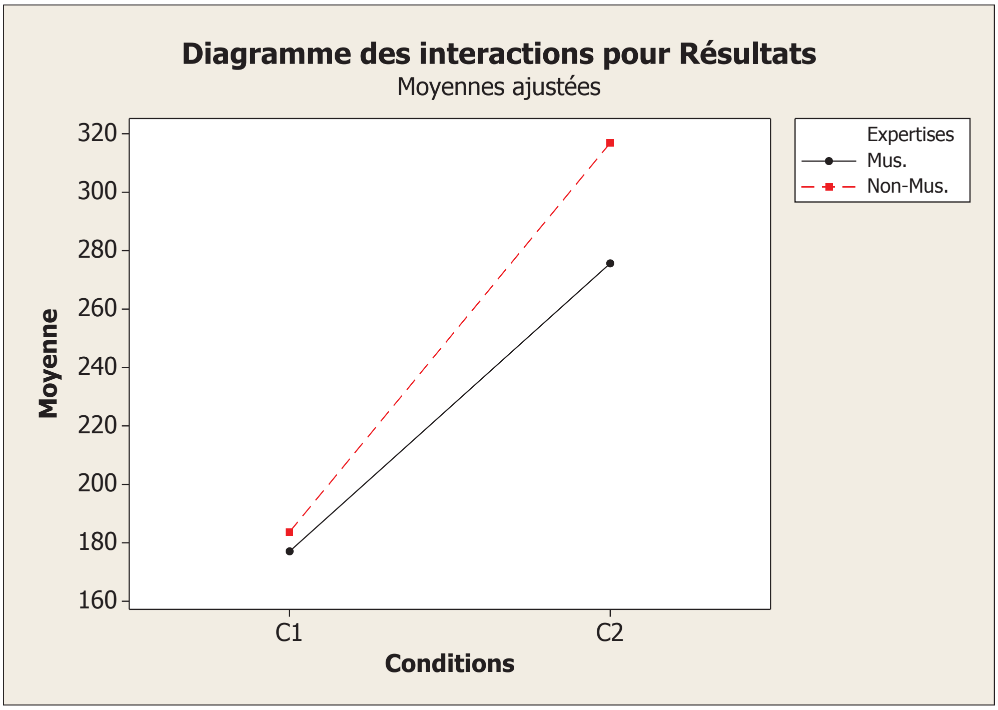


Diagramme des interactions pour Résultats
Moyennes ajustées
Moyenne
320
300
280
260
240
220
200
180
160
C1
C2
Conditions
Expertises
Mus.
Non-Mus.

. . . .