Feuille de Travaux Dirigés n° 3
Choix de modèle

Ces exercices sont issus du livre : « Analyse de régression appliquée » de Yadolah Dodge, Édition Dunod.

Exercice III.1. Le tableau au verso présente pour 48 états des États-Unis les quantités suivantes :

TAX	:	taxe sur le carburant en cents par gallon en 1972;
DLIC	:	pourcentage de la population qui possède un permis de conduire;
INC	:	revenu par tête en milliers de dollars en 1972;
ROAD	:	milliers de miles d'autoroutes recevant l'aide fédérale en 1971;
FUEL	:	consommation de carburant par tête.

1. Trouver le meilleur modèle pour expliquer la consommation de carburant à l'aide de la méthode stepwise.
2. Trouver le meilleur modèle à l'aide de la méthode stagewise.

Consommation de carburant dans les états américains.
Source : Weisberg (1985).

Observation i	État	TAX x_{i1}	DLIC x_{i2}	INC x_{i3}	ROAD x_{i4}	FUEL x_{i5}
1	ME	9	52,5	3,571	1,976	541
2	NH	9	57,2	4,092	1,250	524
3	VT	9	58,0	3,865	1,586	561
4	MA	7,50	52,9	4,870	2,351	414
5	RI	8	54,4	4,399	0,431	410
6	CN	10	57,1	5,342	1,333	457
7	NY	8	45,1	5,319	11,868	344
8	NJ	8	55,3	5,126	2,138	467
9	PA	8	52,9	4,447	8,577	464
10	OH	7	55,2	4,512	8,507	498
11	IN	8	53,0	4,391	5,939	580
12	IL	7,50	52,5	5,126	14,186	471
13	MI	7	57,4	4,817	6,900	525
14	WI	7	54,5	4,207	6,580	508
15	MN	7	60,8	4,332	8,159	566
16	IA	7	58,6	4,318	10,340	635
17	MO	7	57,2	4,206	8,508	603
18	ND	7	54,0	3,718	4,725	714
19	SD	7	72,4	4,716	5,915	865
20	NE	8,50	67,7	4,341	6,010	640
21	KS	7	66,3	4,593	7,834	649
22	DE	8	60,2	4,983	0,602	540
23	MD	9	51,1	4,897	2,449	464
24	VA	9	51,7	4,258	4,686	547
25	WV	8,50	55,1	4,574	2,619	460
26	NC	9	54,4	3,721	4,746	566
27	SC	8	54,8	3,448	5,399	577
28	GA	7,50	57,9	3,846	9,061	631
29	FL	8	56,3	4,188	5,975	574
30	KY	9	49,3	3,601	4,650	534
31	TN	7	51,8	3,640	6,905	571
32	AL	7	51,3	3,333	6,594	554
33	MS	8	57,8	3,063	6,524	577
34	AR	7,50	54,7	3,357	4,121	628
35	LA	8	48,7	3,528	3,495	487
36	OK	6,58	62,9	3,802	7,834	644
37	TX	5	56,6	4,045	17,782	640
38	MT	7	58,6	3,897	6,385	704
39	ID	8,50	66,3	3,635	3,274	648
40	WY	7	67,2	4,345	3,905	968
41	CO	7	62,6	4,449	4,639	587
42	NM	7	56,3	3,656	3,985	699
43	AZ	7	60,3	4,300	3,635	632
44	UT	7	50,8	3,745	2,611	591
45	NV	6	67,2	5,215	2,302	782
46	WN	9	57,1	4,476	3,942	510
47	OR	7	62,3	4,296	4,083	610
48	CA	7	59,3	5,002	9,794	524

Exercice III.2. L'ensemble des données du tableau au verso a été créé suite à une étude réalisée en 1976 sur la qualité de l'eau pour les rivières de l'état de New York. La concentration en azote a été utilisée comme indicateur de la qualité de l'eau dans les 20 rivières suivantes :

- Olean
- Oatka
- Hackensack
- Fishkill
- Susquehanna
- Tioughnioga
- East Canada
- Ausable
- Schoharie
- Oswegatchie
- Cassadaga
- Neversink
- Wappinger
- Honeoye
- Chenango
- West Canada
- Saranac
- Black
- Raquette
- Cochocton.

Les variables utilisées sont :

- X_1 : Agriculture : pourcentage de terres cultivées
- X_2 : Forêt : pourcentage de forêts
- X_3 : Résidence : pourcentage de terres en zone résidentielle
- X_4 : Commerce et industrie : pourcentage en terres en zone commerciale ou industrielle
- Y : Quantité d'azote : concentration moyenne (mg/L) basée sur des échantillons prélevés à intervalles réguliers durant le printemps et l'été.

1. Trouver le meilleur modèle pour expliquer la quantité d'azote dans les rivières de l'état de New York.
2. Peut-on améliorer le résultat trouvé à la question 1. en enlevant certaines observations ? Justifier.

Qualité de l'eau des rivières de l'état de New York
Source : A. Haith (1976)

Observation i	Agriculture x_{i1}	Forêts x_{i2}	Habitations x_{i3}	Com. et ind. x_{i4}	Azote y
1	26	63	1,2	0,29	1,10
2	29	57	0,7	0,09	1,01
3	54	26	1,8	0,58	1,90
4	2	84	1,9	1,98	1,00
5	3	27	29,4	3,11	1,99
6	19	61	3,4	0,56	1,42
7	16	60	5,6	1,11	2,04
8	40	43	1,3	0,24	1,65
9	28	62	1,1	0,15	1,01
10	26	60	0,9	0,23	1,21
11	26	53	0,9	0,18	1,33
12	15	75	0,7	0,16	0,75
13	6	84	0,5	0,12	0,73
14	3	81	0,8	0,35	0,80
15	2	89	0,7	0,35	0,76
16	6	82	0,5	0,15	0,87
17	22	70	0,9	0,22	0,80
18	4	75	0,4	0,18	0,87
19	21	56	0,5	0,13	0,66
20	40	49	1,1	0,13	1,25

Exercice III.3. Le tableau au verso présente un ensemble de données avec 13 variables pour expliquer le taux d'accidents (Y) dans l'état du Minnesota.
Les données comprennent 39 observations faites sur des tronçons d'autouroute. Les variables retenues sont les suivantes :

- X_1 : longueur du tronçon (en miles) ;
- X_2 : trafic moyen quotidien (en miliers de véhicules) ;
- X_3 : pourcentage du volume de camions par rapport au volume total ;
- X_4 : vitesse limité autorisée (en miles par heure) ;
- X_5 : largeur de la piste (en pieds) ;
- X_6 : largeur de la piste d'arrêt d'urgence (en pieds) ;
- X_7 : nombre de changements de pistes libres (par mile sur le tronçon) ;
- X_8 : nombre de changements de pistes signalés (par mile) ;
- X_9 : nombre de points d'entrée sur l'autouroute (par mile sur le tronçon) ;
- X_{10} : nombre total de pistes (dans les deux directions) ;
- X_{11} : 1 s'il s'agit d'une autoroute fédérale inter-état, 0 sinon ;
- X_{12} : 1 s'il s'agit d'une artère principale d'autoroute, 0 sinon ;
- X_{13} : 1 s'il s'agit d'une artère majeure d'autoroute, 0 sinon.

À l'aide d'une des méthodes de sélection de variables présentées dans le cours, choisir le meilleur modèle pour expliquer le taux d'accidents (Y) dans l'état du Minnesota. Justifier votre choix.

i	$x_{i,1}$	$x_{i,2}$	$x_{i,3}$	$x_{i,4}$	$x_{i,5}$	$x_{i,6}$	$x_{i,7}$	$x_{i,8}$	$x_{i,9}$	$x_{i,10}$	$x_{i,11}$	$x_{i,12}$	$x_{i,13}$	y_i
1	4,99	69	8	55	12	10	1,20	0,00	4,6	8	1	0	0	4,58
2	16,11	73	8	60	12	10	1,43	0,00	4,4	4	1	0	0	2,86
3	9,75	49	10	60	12	10	1,54	0,00	4,7	4	1	0	0	3,02
4	1,65	61	13	65	12	10	0,94	0,00	3,8	6	1	0	0	2,29
5	20,01	28	12	70	12	10	0,65	0,00	2,2	4	1	0	0	1,61
6	5,97	30	6	55	12	10	0,34	1,84	24,8	4	0	1	0	6,87
7	8,57	46	8	55	12	8	0,47	0,70	11,0	4	0	1	0	3,85
8	5,24	25	9	55	12	10	0,38	0,38	18,5	4	0	1	0	6,12
9	15,79	43	12	50	12	4	0,95	1,39	7,5	4	0	1	0	3,29
10	8,26	23	7	50	12	5	0,12	1,21	8,2	4	0	1	0	5,88
11	7,03	23	6	60	12	10	0,29	1,85	5,4	4	0	1	0	4,20
12	13,28	20	9	50	12	2	0,15	1,21	11,2	4	0	1	0	4,61
13	5,40	18	14	50	12	8	0,00	0,56	15,2	2	0	1	0	4,80
14	2,96	21	8	60	12	10	0,34	0,00	5,4	4	0	1	0	3,85
15	11,75	27	7	55	12	10	0,26	0,60	7,9	4	0	1	0	2,69
16	8,86	22	9	60	12	10	0,68	0,00	3,2	4	0	1	0	1,99
17	9,78	19	9	60	12	10	0,20	0,10	11,0	4	0	1	0	2,01
18	5,49	9	11	50	12	6	0,18	0,18	8,9	2	0	1	0	4,22
19	8,63	12	8	55	13	6	0,14	0,00	12,4	2	0	1	0	2,76
20	20,31	12	7	60	12	10	0,05	0,99	7,8	4	0	1	0	2,55
21	40,09	15	13	55	12	8	0,00	0,12	9,6	4	0	1	0	1,89
22	11,81	8	8	60	12	10	0,00	0,00	4,3	2	0	1	0	2,34
23	11,39	5	9	50	12	8	0,00	0,09	11,1	2	0	1	0	2,83
24	22,00	5	15	60	12	7	0,56	0,00	6,8	2	0	1	0	1,81
25	3,58	23	6	40	12	2	0,31	2,51	53,0	4	0	0	1	9,23
26	3,23	13	6	45	12	2	0,13	0,93	17,3	2	0	0	1	8,60
27	7,73	7	8	55	12	8	0,00	0,52	27,3	2	0	0	1	8,21
28	14,41	10	10	55	12	6	0,09	0,07	18,0	2	0	0	1	2,93
29	11,54	12	7	45	12	3	0,00	0,09	30,2	2	0	0	1	7,48
30	11,10	9	8	60	12	7	0,00	0,00	10,3	2	0	0	1	2,57
31	22,09	4	8	45	11	3	0,00	0,14	18,2	2	0	0	1	5,77
32	9,39	5	10	55	13	1	0,00	0,00	12,3	2	0	0	1	2,90