*Frédéric Bertrand*
Université de Strasbourg
1er semestre 2009/2010

Session Janvier 2010
Master Éthologie-Écophysiologie 1ère année

# Examen de « Outils Élémentaires de statistiques appliquées » (VI22GUST)

**********

- *Le cours, les exercices de travaux dirigés, leurs corrigés ainsi que les notes de cours sont autorisés. Tout autre document est interdit.*
- *Les téléphones portables sont formellement interdits.*
- *Les calculatrices sont autorisées.*
- *Tous les tests seront effectués au seuil de signification $\alpha = 5$ %.*
- *Les deux exercices sont indépendants.*
- *Afin de pouvoir traiter les questions, plusieurs résultats numériques et graphiques ont été intégrés au document.*
- *On prendra un soin particulier à préciser quelles sont les hypothèses testées.*

**Durée de l'épreuve : 2 heures**

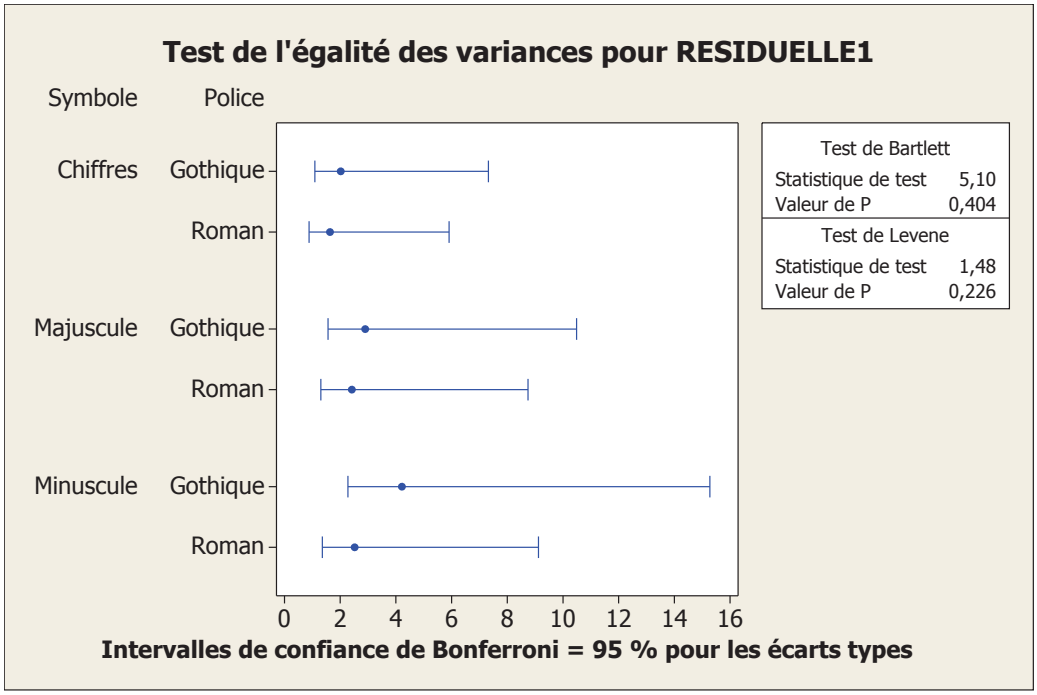
**********

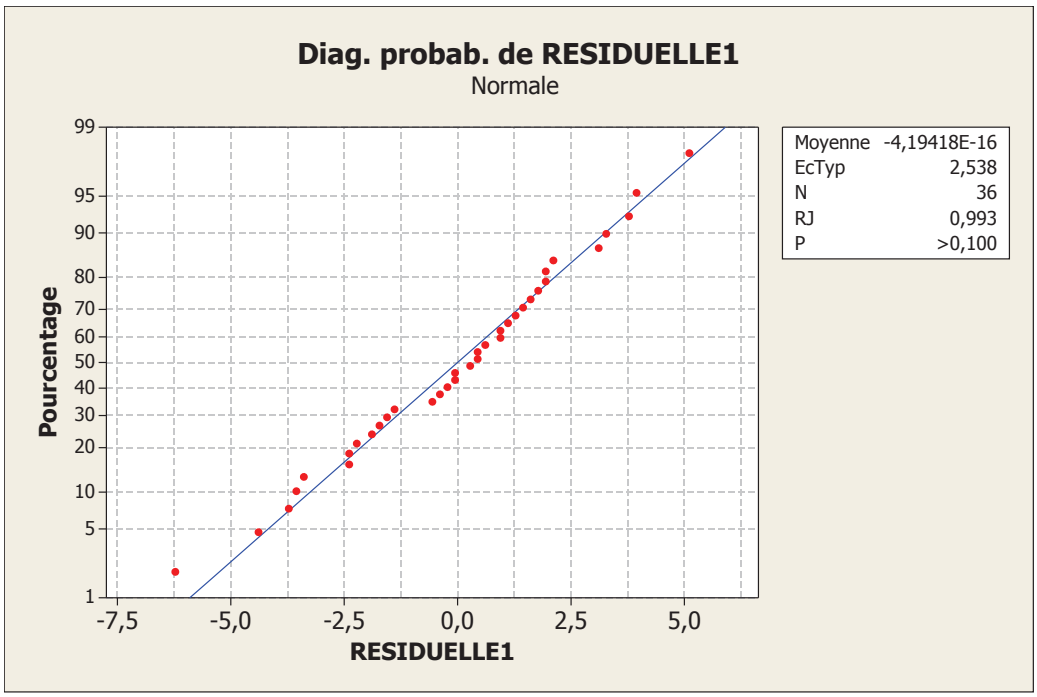
**Exercice 1.** Une expérience a été menée pour rechercher les effets de deux facteurs (variables indépendantes) sur la reconnaissance de symboles présentés brièvement sur un écran, mesurée par le nombre d'identifications correctes sur un nombre fixe d'essais. Les facteurs sont Symbole (avec les niveaux Chiffres, Minuscule, Majuscule) et la police de caractères (avec les niveaux Gothique et Roman). Chacun des participants de l'expérience est testé sous toutes les six combinaisons de deux facteurs traitements.

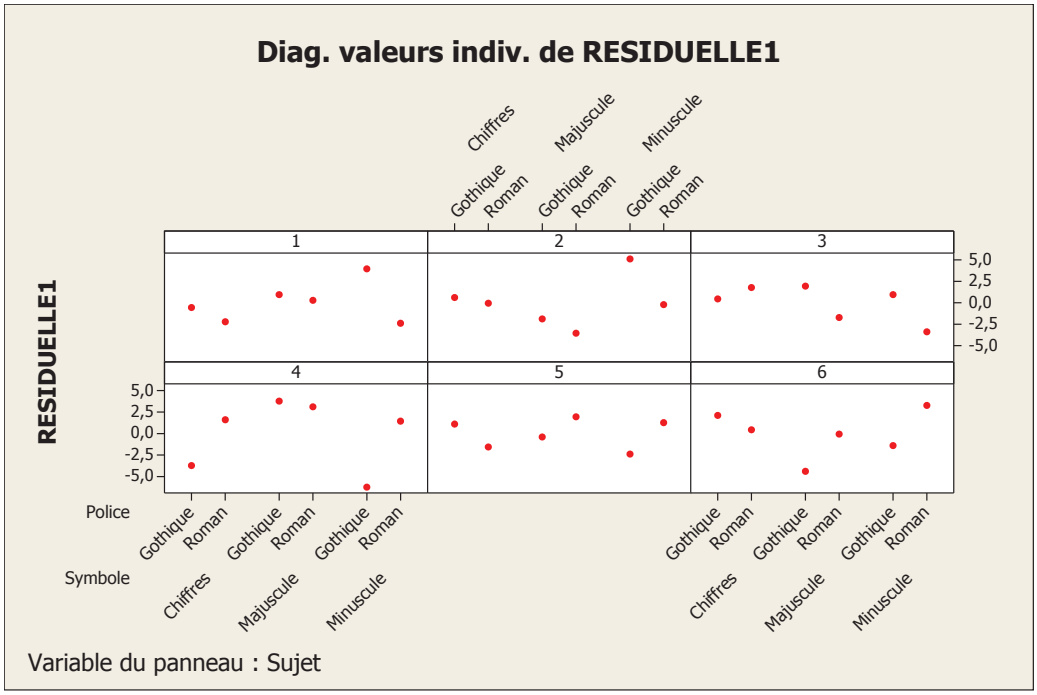
Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous.

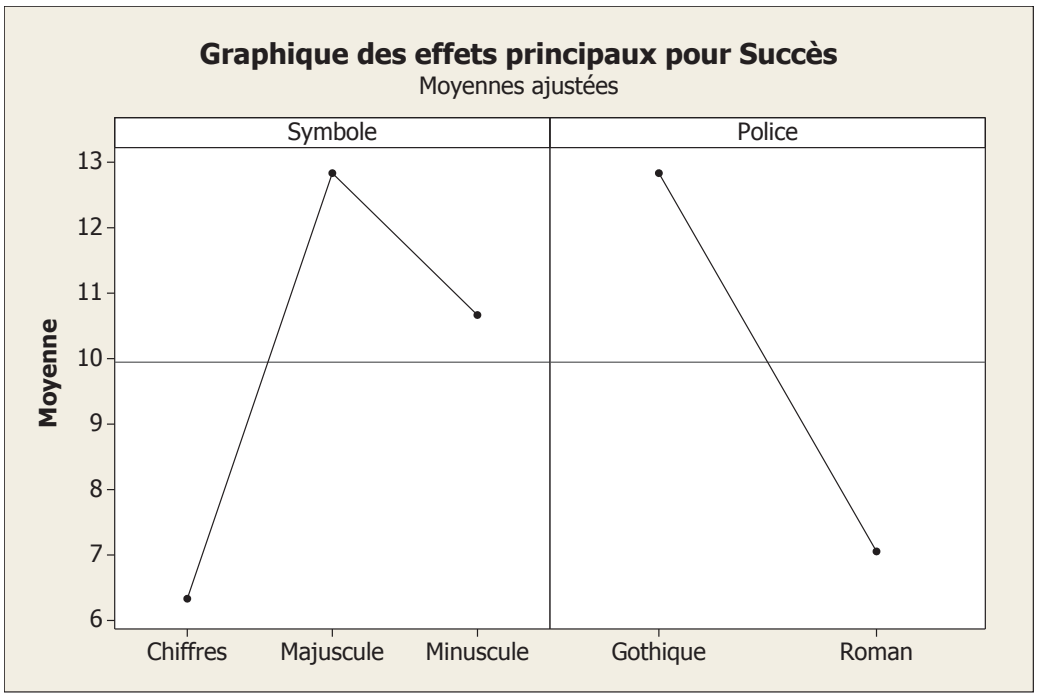
| | Chiffres | | Minuscule | | Majuscule | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sujet | Gothique | Roman | Gothique | Roman | Gothique | Roman |
| 1 | 2 | 6 | 18 | 3 | 20 | 5 |
| 2 | 4 | 9 | 20 | 6 | 18 | 2 |
| 3 | 3 | 10 | 15 | 2 | 21 | 3 |
| 4 | 1 | 12 | 10 | 9 | 25 | 10 |
| 5 | 5 | 8 | 13 | 8 | 20 | 8 |
| 6 | 6 | 10 | 14 | 10 | 16 | 6 |

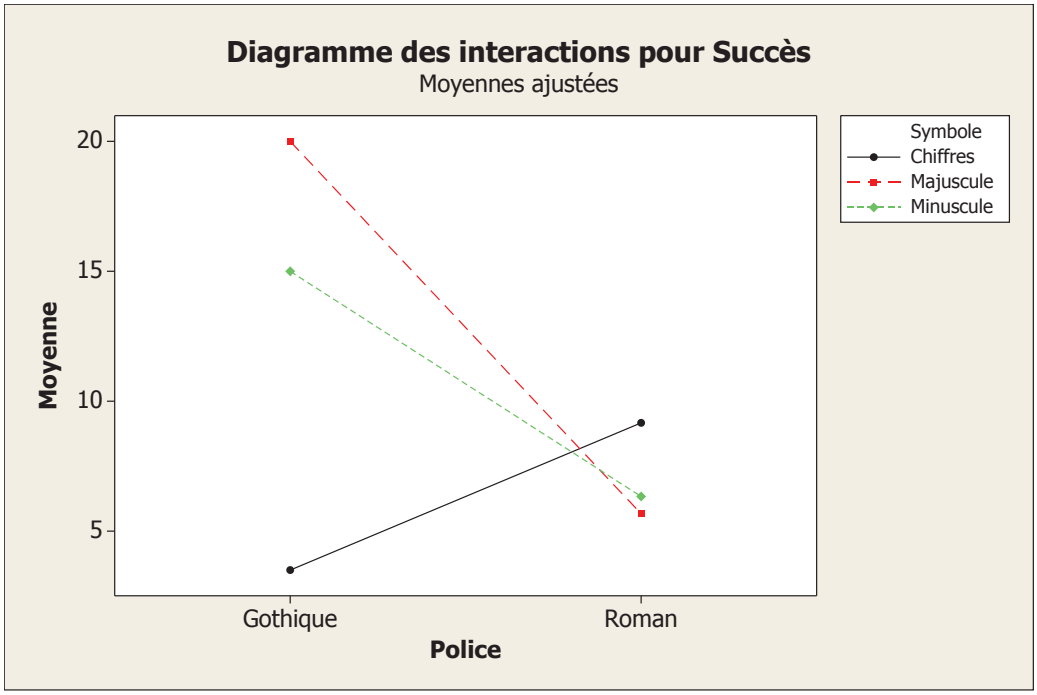
1. Écrire le modèle d'analyse de la variance relatif au modèle dont les résultats sont reproduits dans la suite. On précisera la nature des facteurs explicatifs ainsi que les hypothèses faites.
2. Indiquer pourquoi il faut considérer dans le modèle un troisième facteur « Sujets », de nature aléatoire.
3. Les hypothèses du modèle sont-elles vérifiées ? Calculer les estimations de tous les paramètres du modèle.
4. Procéder à l'étude du tableau de l'analyse de la variance.
5. Compte tenu de la nature des facteurs peut-on procéder à des comparaisons multiples ? Il y a-t-il un facteur pour lequel cette procédure se justifie, si oui procéder aux tests correspondants et interpréter les résultats.


Test de l'égalité des variances pour RESIDUELLE1
Symbole
Police
Chiffres
Gothique
Roman
Majuscule
Gothique
Roman
Minuscule
Gothique
Roman
0
2
4
6
8
10
12
14
16
Test de Bartlett
Statistique de test 5,10
Valeur de P 0,404
Test de Levene
Statistique de test 1,48
Valeur de P 0,226
Intervalles de confiance de Bonferroni = 95 % pour les écarts types


Diag. probab. de RESIDUELLE1
Normale
Pourcentage
99
95
90
80
70
60
50
40
30
20
10
5
1
-7,5
-5,0
-2,5
0,0
2,5
5,0
RESIDUELLE1
Moyenne -4,19418E-16
EcTyp 2,538
N 36
RJ 0,993
P >0,100


Diag. valeurs indiv. de RESIDUELLE1
RESIDUELLE1
Police
Symbole
Gothique
Roman
Chiffres
Majuscule
Minuscule
1
2
3
4
5
6
5,0
2,5
0,0
-2,5
-5,0
Variable du panneau : Sujet


Graphique des effets principaux pour Succès
Moyennes ajustées
Symbole
Police
Moyenne
13
12
11
10
9
8
7
6
Chiffres
Majuscule
Minuscule
Gothique
Roman




Modèle linéaire général : Succès en fonction de Symbole; Police; Sujet

| Facteur | Type | Niveaux | Valeurs |
|---|---|---|---|
| Symbole | fixe | 3 | Chiffres; Majuscule; Minuscule |
| Police | fixe | 2 | Gothique; Roman |
| Sujet | aléatoire | 6 | 1; 2; 3; 4; 5; 6 |

Analyse de la variance pour Succès, avec utilisation de la somme des carrés ajustée pour les tests

| Source | DL | SomCar séq | SomCar ajust | CM ajust | F | P |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Symbole | 2 | 262,89 | 262,89 | 131,44 | 14,58 | 0,000 |
| Police | 1 | 300,44 | 300,44 | 300,44 | 33,32 | 0,000 |
| Symbole*Police | 2 | 637,56 | 637,56 | 318,78 | 35,35 | 0,000 |
| Sujet | 5 | 21,56 | 21,56 | 4,31 | 0,48 | 0,789 |
| Erreur | 25 | 225,44 | 225,44 | 9,02 | | |
| Total | 35 | 1447,89 | | | | |

S = 3,00296 R carré = 84,43 % R carré (ajust) = 78,20 %

| Terme | | Coeff | Coef ErT | T | P |
|---|---|---|---|---|---|
| Constante | | 9,9444 | 0,5005 | 19,87 | 0,000 |
| Symbole | | | | | |
| Chiffres | | -3,6111 | 0,7078 | -5,10 | 0,000 |
| Majuscule | | 2,8889 | 0,7078 | 4,08 | 0,000 |
| Police | | | | | |
| Gothique | | 2,8889 | 0,5005 | 5,77 | 0,000 |
| Symbole*Police | | | | | |
| Chiffres | Gothique | -5,7222 | 0,7078 | -8,08 | 0,000 |
| Majuscule | Gothique | 4,2778 | 0,7078 | 6,04 | 0,000 |
| Sujet | | | | | |
| 1 | | -0,944 | 1,119 | -0,84 | 0,407 |
| 2 | | -0,111 | 1,119 | -0,10 | 0,922 |
| 3 | | -0,944 | 1,119 | -0,84 | 0,407 |
| 4 | | 1,222 | 1,119 | 1,09 | 0,285 |
| 5 | | 0,389 | 1,119 | 0,35 | 0,731 |

Observations aberrantes pour Succès

| Observation | Succès | Valeur ajustée | Ajust ErT | Valeur résiduelle | Valeur résiduelle normalisée | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 14 | 20,0000 | 14,8889 | 1,6599 | 5,1111 | 2,04 | R |
| 16 | 10,0000 | 16,2222 | 1,6599 | -6,2222 | -2,49 | R |

R indique une observation ayant une valeur résiduelle normalisée importante

Espérance mathématique des carrés moyens, en utilisant la somme des carrés ajustée

| | Source | Espérance mathématique des carrés moyens pour chaque terme |
|---|---|---|
| 1 | Symbole | (5) + Q[1; 3] |
| 2 | Police | (5) + Q[2; 3] |
| 3 | Symbole*Police | (5) + Q[3] |
| 4 | Sujet | (5) + 6,0000 (4) |
| 5 | Erreur | (5) |

Termes d'erreur pour les tests, en utilisant la somme des carrés ajustée

| Erreur | Erreur | Synthèse du carré moyen |
|---|---|---|

```
   Source            - DL    - CM  de l'erreur
1  Symbole          25,00    9,02  (5)
2  Police           25,00    9,02  (5)
3  Symbole*Police   25,00    9,02  (5)
4  Sujet            25,00    9,02  (5)


Composantes de la variance, avec la somme des carrés ajustée

         Valeur
Source  estimée
Sujet   -0,7844
Erreur   9,0178


Moyennes issues des moindres carrés pour Succès

Symbole             Moyenne
Chiffres              6,333
Majuscule            12,833
Minuscule            10,667
Police
Gothique             12,833
Roman                 7,056
Symbole*Police
Chiffres  Gothique    3,500
Chiffres  Roman       9,167
Majuscule Gothique   20,000
Majuscule Roman       5,667
Minuscule Gothique   15,000
Minuscule Roman       6,333


Intervalles de confiance simultanés de Tukey = 95,0 %
Variable de réponse Succès
Toutes les comparaisons deux à deux sur les niveaux de Symbole
Symbole = Chiffres  soustrait de :

Symbole    Inférieur  Centré  Supérieur  ---+---------+---------+---------+---
Majuscule      3,449   6,500      9,551                      (------*-------)
Minuscule      1,282   4,333      7,385             (-------*------)
                                        ---+---------+---------+---------+---
                                        -4,0       0,0       4,0       8,0


Symbole = Majuscule  soustrait de :
```

```
Symbole    Inférieur  Centré  Supérieur  ---+---------+---------+---------+---
Minuscule     -5,218  -2,167     0,8848  (-------*------)
                                         ---+---------+---------+---------+---
                                         -4,0       0,0       4,0       8,0


Tests de simultanéité de Tukey
Variable de réponse Succès
Toutes les comparaisons deux à deux sur les niveaux de Symbole
Symbole = Chiffres  soustrait de :

                        Erreur type
            Différence        de la  Valeur  Valeur de
Symbole    des moyennes   différence    de T  p ajustée
Majuscule         6,500        1,226   5,302     0,0001
Minuscule         4,333        1,226   3,535     0,0045


Symbole = Majuscule  soustrait de :

                        Erreur type
            Différence        de la  Valeur  Valeur de
Symbole    des moyennes   différence    de T  p ajustée
Minuscule        -2,167        1,226  -1,767     0,2011


Test de l'égalité des variances : RESIDUELLE1 en fonction de Symbole; Police

Intervalles de confiance de Bonferroni = 95 % pour les écarts types

  Symbole    Police  N  Inférieur    EcTyp  Supérieur
 Chiffres  Gothique  6    1,09031  2,02118     7,3207
 Chiffres     Roman  6    0,88029  1,63186     5,9106
Majuscule  Gothique  6    1,56207  2,89572    10,4882
Majuscule     Roman  6    1,30246  2,41446     8,7451
Minuscule  Gothique  6    2,27496  4,21725    15,2748
Minuscule     Roman  6    1,35836  2,51808     9,1204

Test de Bartlett (loi normale)
Résultat du test = 5,10 ; valeur p = 0,404

Test de Levene (toute loi de distribution continue)
Résultat du test = 1,48 ; valeur p = 0,226
```

.....

**Exercice 2.** Box et Cox ont reproduit les résultats d'une expérience conçue pour évaluer les effets d'agents toxiques dans certaines conditions expérimentales. Des groupes de quatre animaux ont été aléatoirement attribués à ces trois poisons pour chacune des quatre situations, appelées traitements A, B, C et D, étudiées dans l'expérience.
Les temps de survie, observés sur 48 animaux différents et exprimés en dizaines d'heures, ont été reproduits dans le tableau ci-dessous.

| | Traitement | | | |
|---|---|---|---|---|
| Poison | A | B | C | D |
| I | 0,31 | 0,82 | 0,43 | 0,45 |
| | 0,45 | 1,10 | 0,45 | 0,71 |
| | 0,46 | 0,88 | 0,63 | 0,70 |
| | 0,43 | 0,72 | 0,76 | 0,62 |
| II | 0,36 | 0,92 | 0,44 | 0,56 |
| | 0,29 | 0,61 | 0,35 | 0,82 |
| | 0,40 | 0,49 | 0,31 | 0,71 |
| | 0,23 | 0,84 | 0,40 | 0,38 |
| III | 0,22 | 0,30 | 0,13 | 0,20 |
| | 0,21 | 0,37 | 0,25 | 0,36 |
| | 0,08 | 0,38 | 0,24 | 0,31 |
| | 0,33 | 0,29 | 0,32 | 0,33 |

1. Donner le modèle complet de l'analyse de la variance. Donner les effets principaux et interactions qu'il est possible de tester. Les conditions d'utilisation du modèle sont-elles remplies ?
2. Effectuer l'analyse de la variance en indiquant comment sont obtenus les degrés de liberté.
3. Donner, le cas échéant, les effets et les interactions qui ont un effet significatif avec le risque de mauvaise décision associé. Analyser ces effets à l'aide de graphiques et / ou, si cela est possible, des comparaisons multiples.
4. Évaluer, le cas échéant, le risque de mauvaise décision pour les effets principaux et les interactions qui ne sont pas significatifs.
5. Donner un bref commentaire de l'ensemble des résultats.

```
Modèle linéaire général : Durée en fonction de Poison; Traitement

Facteur     Type  Niveaux  Valeurs
Poison      fixe        3  I; II; III
Traitement  fixe        4  A; B; C; D


Analyse de la variance pour Durée, avec utilisation de la somme des carrés
     ajustée pour les tests
```

| Source | DL | SomCar séq | SomCar ajust | CM ajust | F | P |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Poison | 2 | 1,02084 | 1,02084 | 0,51042 | 34,32 | 0,000 |
| Traitement | 3 | 0,74477 | 0,74477 | 0,24826 | 16,69 | 0,000 |
| Poison*Traitement | 6 | 0,18015 | 0,18015 | 0,03002 | 2,02 | 0,088 |
| Erreur | 36 | 0,53542 | 0,53542 | 0,01487 | | |
| Total | 47 | 2,48118 | | | | |

S = 0,121955 R carré = 78,42 % R carré (ajust) = 71,83 %

| Terme | | Coeff | Coef ErT | T | P |
|---|---|---|---|---|---|
| Constante | | 0,46562 | 0,01760 | 26,45 | 0,000 |
| Poison | | | | | |
| I | | 0,15438 | 0,02489 | 6,20 | 0,000 |
| II | | 0,04125 | 0,02489 | 1,66 | 0,106 |
| Traitement | | | | | |
| A | | -0,15146 | 0,03049 | -4,97 | 0,000 |
| B | | 0,17771 | 0,03049 | 5,83 | 0,000 |
| C | | -0,07313 | 0,03049 | -2,40 | 0,022 |
| Poison*Traitement | | | | | |
| I | A | -0,05604 | 0,04312 | -1,30 | 0,202 |
| I | B | 0,08229 | 0,04312 | 1,91 | 0,064 |
| I | C | 0,02062 | 0,04312 | 0,48 | 0,635 |
| II | A | -0,03542 | 0,04312 | -0,82 | 0,417 |
| II | B | 0,03042 | 0,04312 | 0,71 | 0,485 |
| II | C | -0,05875 | 0,04312 | -1,36 | 0,181 |

Observations aberrantes pour Durée

| Observation | Durée | Valeur ajustée | Ajust ErT | Valeur résiduelle | Valeur résiduelle normalisée | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 14 | 1,10000 | 0,88000 | 0,06098 | 0,22000 | 2,08 | R |
| 19 | 0,49000 | 0,71500 | 0,06098 | -0,22500 | -2,13 | R |
| 44 | 0,38000 | 0,61750 | 0,06098 | -0,23750 | -2,25 | R |

R indique une observation ayant une valeur résiduelle normalisée importante

Espérance mathématique des carrés moyens, en utilisant la somme des carrés ajustée

| | Espérance |
|---|---|

| | Source | mathématique des carrés moyens pour chaque terme |
|---|---|---|
| 1 | Poison | (4) + Q[1; 3] |
| 2 | Traitement | (4) + Q[2; 3] |
| 3 | Poison*Traitement | (4) + Q[3] |
| 4 | Erreur | (4) |

Termes d'erreur pour les tests, en utilisant la somme des carrés ajustée

| | Source | Erreur - DL | Erreur - CM | Synthèse du carré moyen de l'erreur |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Poison | 36,00 | 0,01487 | (4) |
| 2 | Traitement | 36,00 | 0,01487 | (4) |
| 3 | Poison*Traitement | 36,00 | 0,01487 | (4) |

Composantes de la variance, avec la somme des carrés ajustée

| Source | Valeur estimée |
|---|---|
| Erreur | 0,01487 |

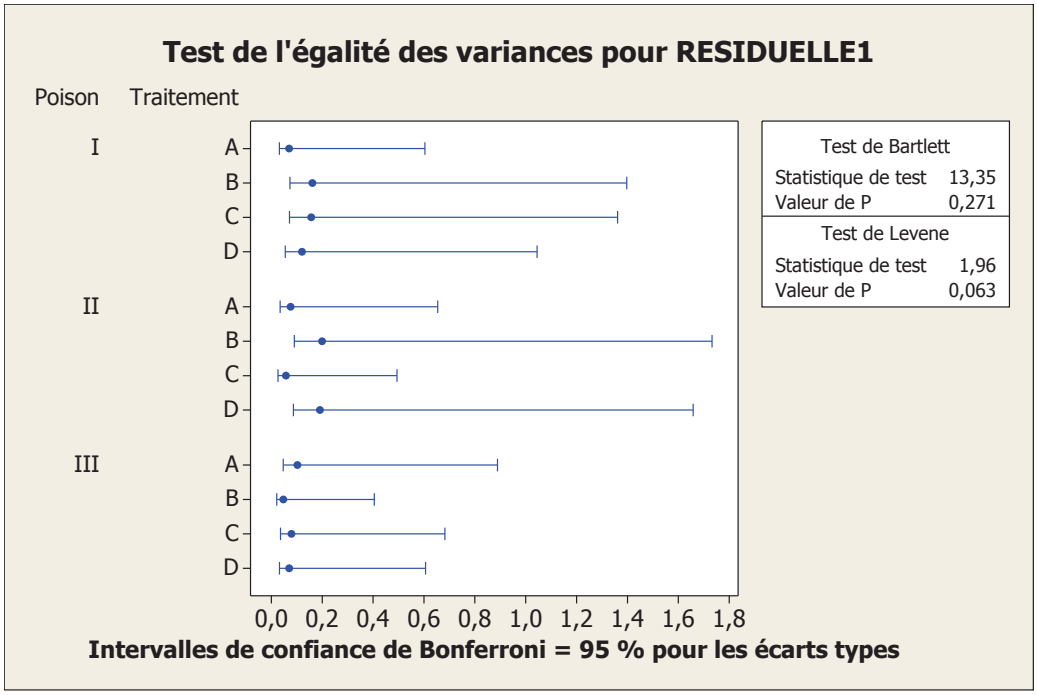
Moyennes issues des moindres carrés pour Durée

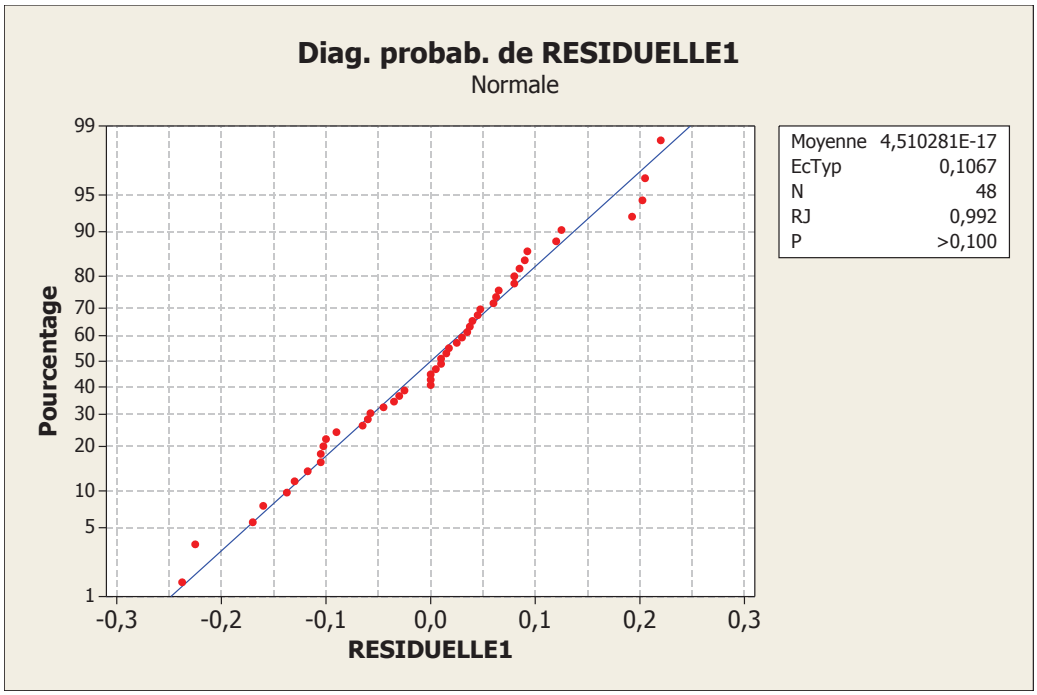
| Poison | | Moyenne | ErT moyenne |
|---|---|---|---|
| I | | 0,6200 | 0,03049 |
| II | | 0,5069 | 0,03049 |
| III | | 0,2700 | 0,03049 |
| Traitement | | | |
| A | | 0,3142 | 0,03521 |
| B | | 0,6433 | 0,03521 |
| C | | 0,3925 | 0,03521 |
| D | | 0,5125 | 0,03521 |
| Poison*Traitement | | | |
| I | A | 0,4125 | 0,06098 |
| I | B | 0,8800 | 0,06098 |
| I | C | 0,5675 | 0,06098 |
| I | D | 0,6200 | 0,06098 |
| II | A | 0,3200 | 0,06098 |
| II | B | 0,7150 | 0,06098 |
| II | C | 0,3750 | 0,06098 |
| II | D | 0,6175 | 0,06098 |
| III | A | 0,2100 | 0,06098 |

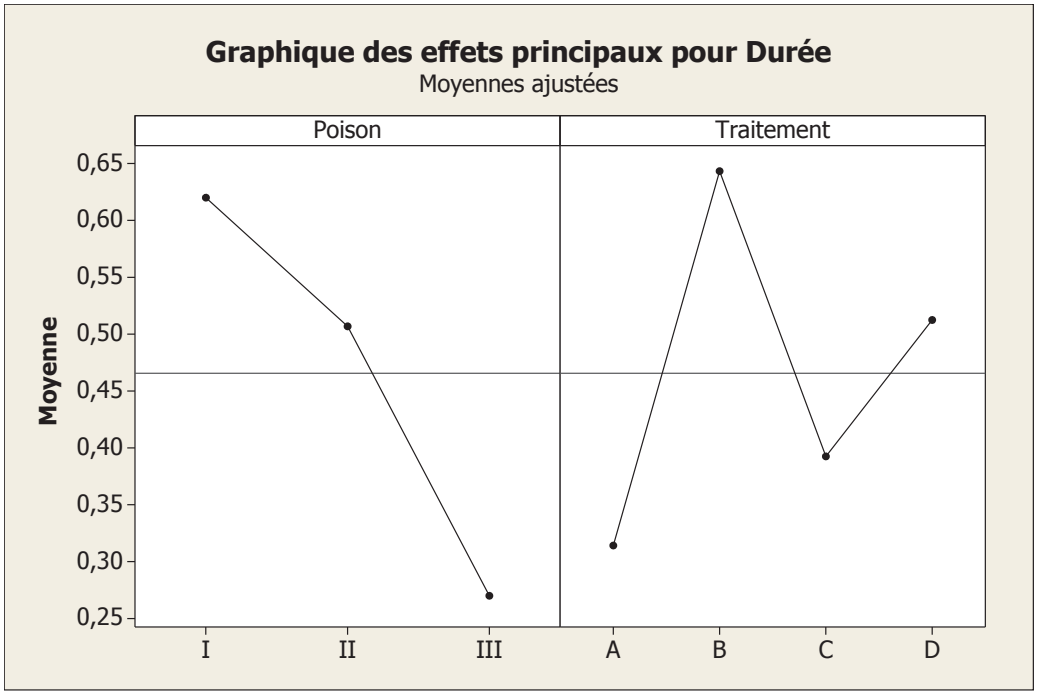
```
III    B            0,3350      0,06098
III    C            0,2350      0,06098
III    D            0,3000      0,06098


Intervalles de confiance simultanés de Tukey = 95,0 %
Variable de réponse Durée
Toutes les comparaisons deux à deux sur les niveaux de Poison
Poison = I  soustrait de :

Poison  Inférieur   Centré  Supérieur     +---------+---------+---------+------
II        -0,2186  -0,1131    -0,0076                  (------*------)
III       -0,4555  -0,3500    -0,2445     (------*------)
                                          +---------+---------+---------+------
                                       -0,45     -0,30     -0,15      0,00


Poison = II  soustrait de :

Poison  Inférieur   Centré  Supérieur     +---------+---------+---------+------
III       -0,3424  -0,2369    -0,1314            (------*------)
                                          +---------+---------+---------+------
                                       -0,45     -0,30     -0,15      0,00


Tests de simultanéité de Tukey
Variable de réponse Durée
Toutes les comparaisons deux à deux sur les niveaux de Poison
Poison = I  soustrait de :

                     Erreur type
          Différence        de la  Valeur  Valeur de
Poison  des moyennes   différence    de T  p ajustée
II           -0,1131      0,04312  -2,624     0,0332
III          -0,3500      0,04312  -8,117     0,0000


Poison = II  soustrait de :

                     Erreur type
          Différence        de la  Valeur  Valeur de
Poison  des moyennes   différence    de T  p ajustée
III          -0,2369      0,04312  -5,494     0,0000


Intervalles de confiance simultanés de Tukey = 95,0 %
Variable de réponse Durée
```

```
Toutes les comparaisons deux à deux sur les niveaux de Traitement
Traitement = A  soustrait de :

Traitement  Inférieur   Centré  Supérieur
B            0,19503  0,32917     0,4633
C           -0,05580  0,07833     0,2125
D            0,06420  0,19833     0,3325

Traitement  -----+---------+---------+---------+-
B                            (----*-----)
C                      (----*----)
D                           (----*----)
            -----+---------+---------+---------+-
              -0,25      0,00      0,25      0,50


Traitement = B  soustrait de :

Traitement  Inférieur   Centré  Supérieur
C            -0,3850  -0,2508    -0,1167
D            -0,2650  -0,1308     0,0033

Traitement  -----+---------+---------+---------+-
C           (----*----)
D               (-----*----)
            -----+---------+---------+---------+-
              -0,25      0,00      0,25      0,50


Traitement = C  soustrait de :

Traitement  Inférieur  Centré  Supérieur  -----+---------+---------+---------+-
D            -0,01413  0,1200     0,2541                (-----*----)
                                          -----+---------+---------+---------+-
                                            -0,25      0,00      0,25      0,50


Tests de simultanéité de Tukey
Variable de réponse Durée
Toutes les comparaisons deux à deux sur les niveaux de Traitement
Traitement = A  soustrait de :

                          Erreur type
              Différence        de la  Valeur  Valeur de
Traitement  des moyennes   différence    de T  p ajustée
B               0,32917      0,04979   6,611     0,0000
C               0,07833      0,04979   1,573     0,4062
```

```
D                0,19833      0,04979   3,984     0,0017


Traitement = B  soustrait de :

                          Erreur type
              Différence        de la  Valeur  Valeur de
Traitement  des moyennes   différence    de T  p ajustée
C                -0,2508      0,04979  -5,038     0,0001
D                -0,1308      0,04979  -2,628     0,0580


Traitement = C  soustrait de :

                          Erreur type
              Différence        de la  Valeur  Valeur de
Traitement  des moyennes   différence    de T  p ajustée
D                 0,1200      0,04979   2,410     0,0932


Test de l'égalité des variances : RESIDUELLE1 en fonction de Poison; Traitement

Intervalles de confiance de Bonferroni = 95 % pour les écarts types

Poison  Traitement  N  Inférieur     EcTyp  Supérieur
     I           A  4  0,0313706  0,069462    0,60340
     I           B  4  0,0726347  0,160831    1,39710
     I           C  4  0,0707740  0,156711    1,36131
     I           D  4  0,0543198  0,120277    1,04482
    II           A  4  0,0339968  0,075277    0,65391
    II           B  4  0,0900604  0,199416    1,73227
    II           C  4  0,0256803  0,056862    0,49395
    II           D  4  0,0861934  0,190853    1,65789
   III           A  4  0,0462039  0,102307    0,88871
   III           B  4  0,0210218  0,046547    0,40434
   III           C  4  0,0354650  0,078528    0,68215
   III           D  4  0,0315058  0,069761    0,60600

Test de Bartlett (loi normale)
Résultat du test = 13,35 ; valeur p = 0,271

Test de Levene (toute loi de distribution continue)
Résultat du test = 1,96 ; valeur p = 0,063
```


Test de l'égalité des variances pour RESIDUELLE1
Poison
Traitement
I
II
III
A
B
C
D
0,0 0,2 0,4 0,6 0,8 1,0 1,2 1,4 1,6 1,8
Test de Bartlett
Statistique de test 13,35
Valeur de P 0,271
Test de Levene
Statistique de test 1,96
Valeur de P 0,063
Intervalles de confiance de Bonferroni = 95 % pour les écarts types


Diag. probab. de RESIDUELLE1
Normale
Pourcentage
99
95
90
80
70
60
50
40
30
20
10
5
1
-0,3 -0,2 -0,1 0,0 0,1 0,2 0,3
RESIDUELLE1
Moyenne 4,510281E-17
EcTyp 0,1067
N 48
RJ 0,992
P >0,100


Graphique des effets principaux pour Durée
Moyennes ajustées
Poison
Traitement
Moyenne
0,65
0,60
0,55
0,50
0,45
0,40
0,35
0,30
0,25
I
II
III
A
B
C
D

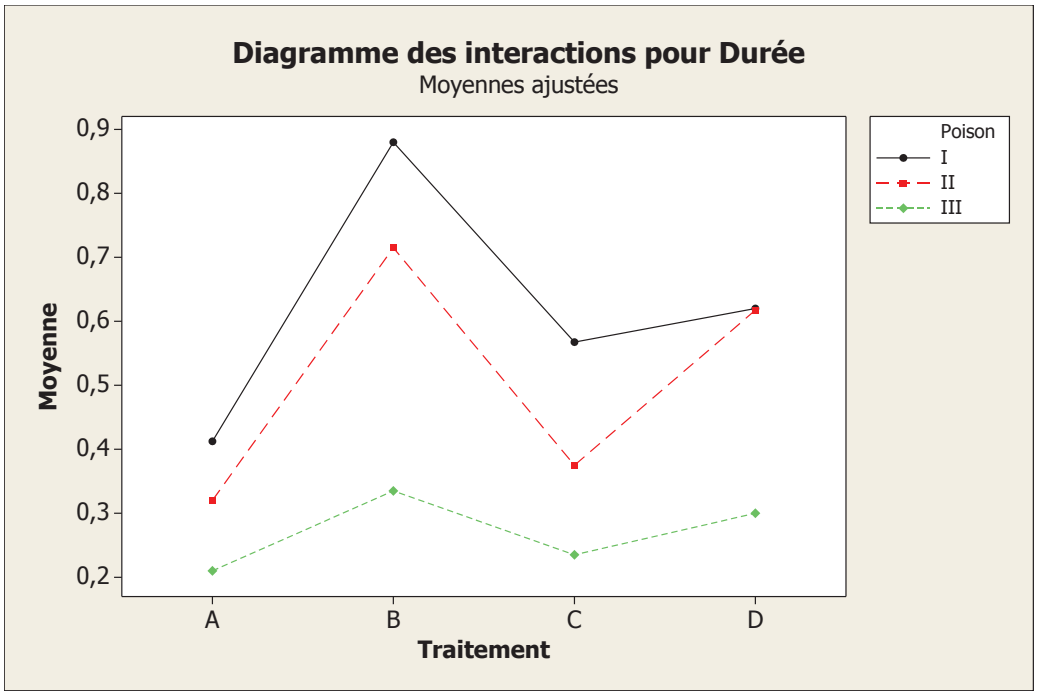


Diagramme des interactions pour Durée
Moyennes ajustées
Moyenne
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
A
B
C
D
Traitement
Poison
I
II
III

. . . . . .