

# Examen de Statistique Appliquée I

\*\*\*\*\*

- *Le cours, les exercices de travaux dirigés, leurs corrigés ainsi que les notes de cours sont autorisés. Tout autre document est interdit.*
- *Les téléphones portables sont formellement interdits.*
- *Les calculatrices sont autorisées.*
- *Tous les tests seront effectués au seuil de signification  $\alpha = 5 \%$ .*
- *Les deux exercices sont indépendants.*
- *Afin de pouvoir traiter les questions, plusieurs résultats numériques et graphiques ont été intégrés au document.*
- *On prendra un soin particulier à préciser quelles sont les hypothèses testées.*

**Durée de l'épreuve 2 heures**

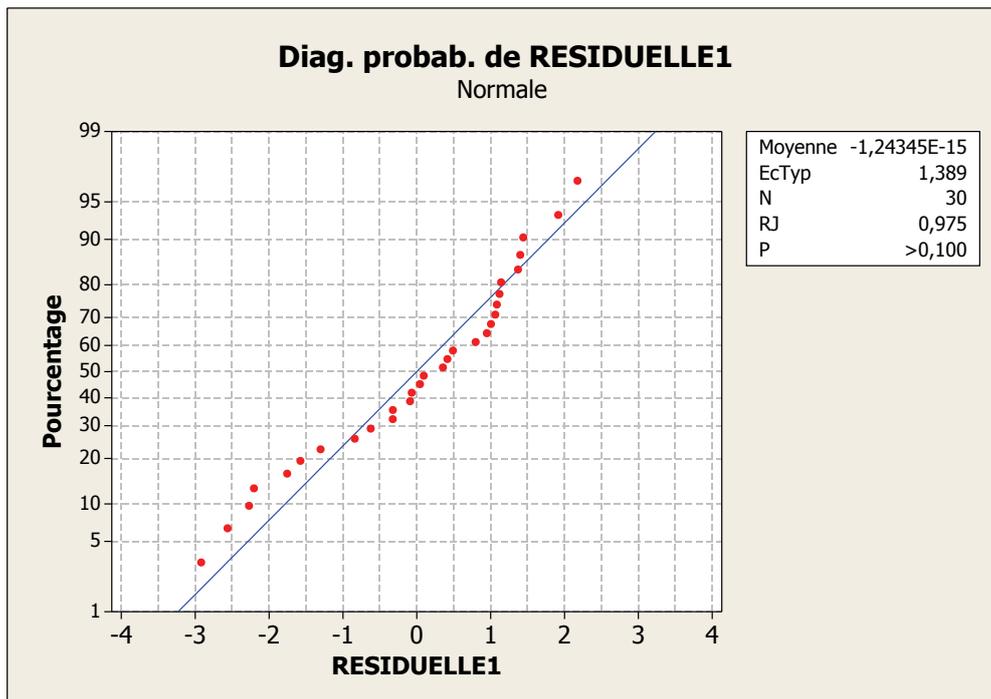
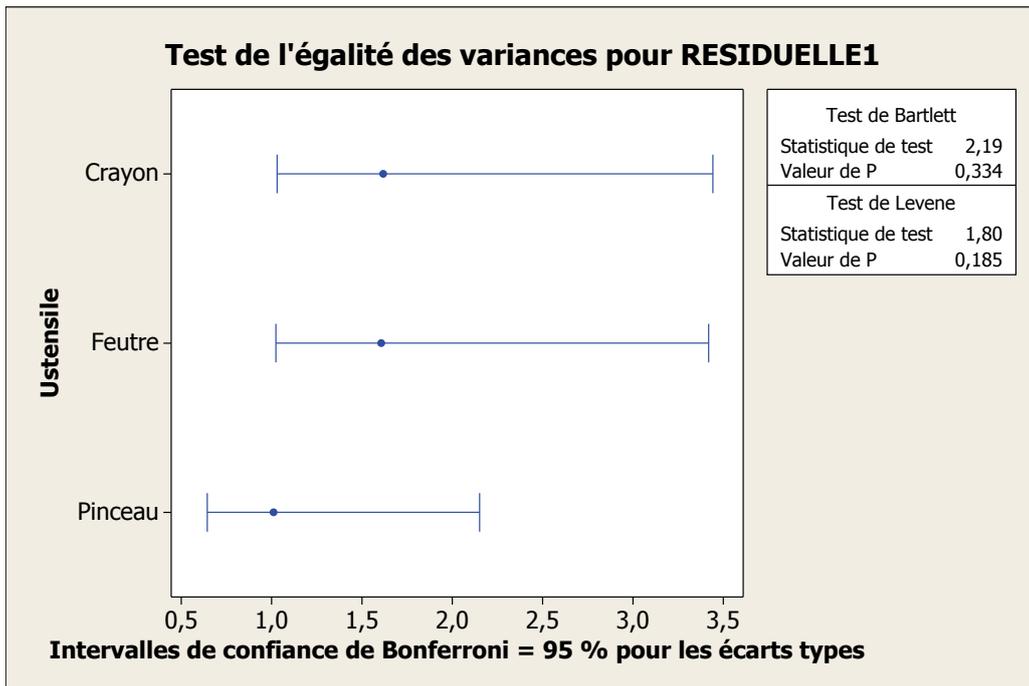
\*\*\*\*\*

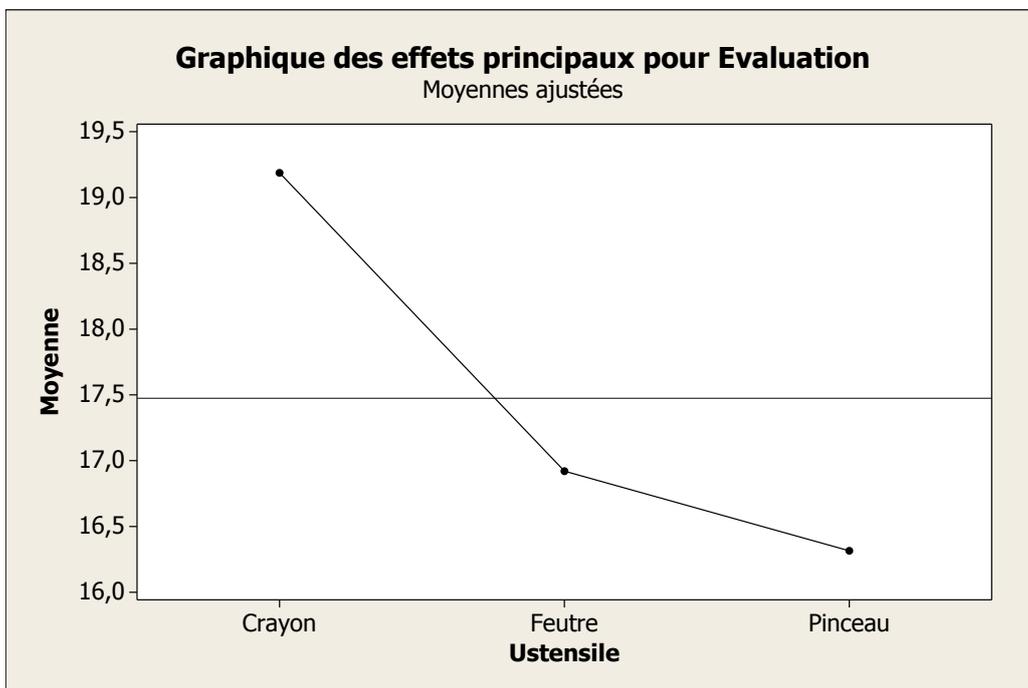
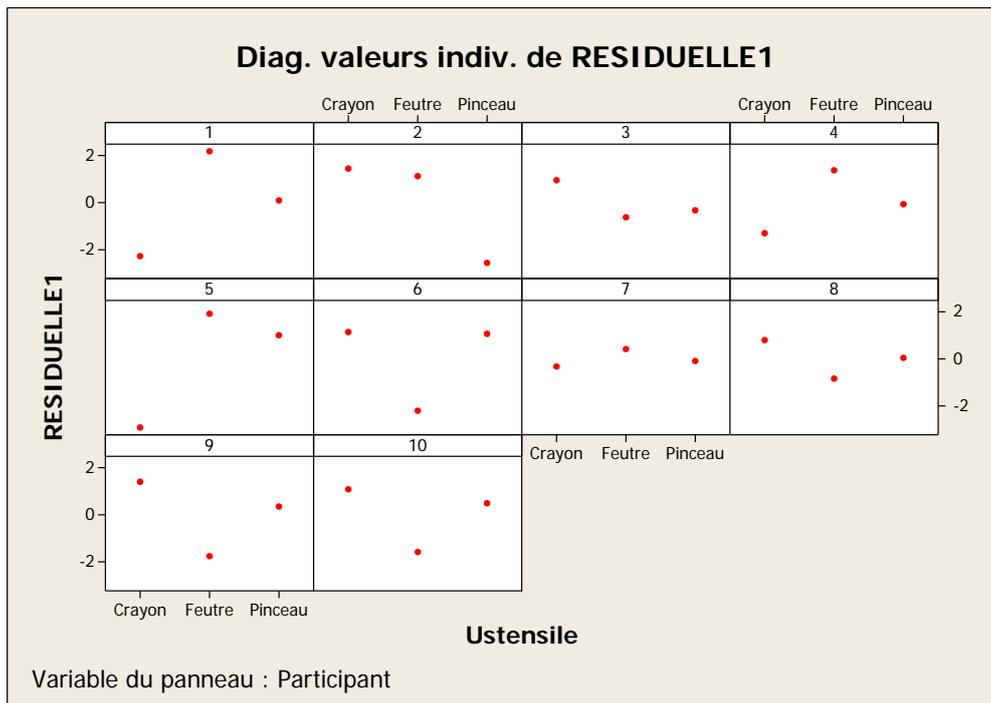
**Exercice 1.** Dans une expérience sur l'esthétique, on demandait à chaque participant de produire trois dessins utilisant juste un de trois matériaux différents pour chacun des dessins : Crayon, Pinceau ou Feutre. La variable dépendante était la note obtenue après l'évaluation du dessin par un panel de juges. Cette variable est considérée comme quantitative continue. La variable indépendante était le type d'instrument utilisé pour produire le dessin. Étant donné que les participants variaient certainement par leur qualité artistique, il a été décidé de demander à chacun de produire trois dessins, un avec chaque type d'instrument. Pour essayer de neutraliser les effets d'apprentissage, l'ordre des instruments a été randomisé pour chacun des participants.

30 dessins ont été réalisés dans des conditions similaires sur 10 individus distincts. Leurs résultats, exprimés en unités arbitraires, ont été reproduits dans le tableau ci-dessous.

|             | Ustensile |        |         |
|-------------|-----------|--------|---------|
| Participant | Crayon    | Feutre | Pinceau |
| 1           | 12,71     | 14,89  | 12,21   |
| 2           | 18,94     | 16,35  | 12,06   |
| 3           | 20,14     | 16,30  | 15,99   |
| 4           | 12,00     | 12,41  | 10,36   |
| 5           | 19,34     | 21,91  | 20,39   |
| 6           | 25,78     | 20,17  | 22,83   |
| 7           | 18,98     | 17,45  | 16,34   |
| 8           | 22,21     | 18,31  | 18,58   |
| 9           | 17,96     | 12,53  | 14,04   |
| 10          | 23,81     | 18,88  | 20,34   |

1. Écrire le modèle d'analyse de la variance relatif au modèle dont les résultats sont reproduits dans la suite. On précisera la nature des facteurs explicatifs ainsi que les hypothèses faites.
2. Les hypothèses du modèle sont-elles vérifiées? Calculer les estimations de tous les paramètres du modèle.
3. Procéder à l'étude du tableau de l'analyse de la variance.
4. Compte tenu de la nature des facteurs peut-on procéder à des comparaisons multiples? Il y a-t-il un facteur pour lequel cette procédure se justifie, si oui procéder aux tests correspondants et interpréter les résultats.





Modèle linéaire général : Evaluation en fonction de Ustensile; Participant

| Facteur | Type | Niveaux | Valeurs |
|---------|------|---------|---------|
|         |      |         | 4       |

Ustensile fixe 3 Crayon; Feutre; Pinceau  
 Participant aléatoire 10 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10

Analyse de la variance pour Evaluation, avec utilisation de la somme des carrés ajustée pour les tests

| Source      | DL | SomCar séq | SomCar ajust | CM ajust | F     | P     |
|-------------|----|------------|--------------|----------|-------|-------|
| Ustensile   | 2  | 45,869     | 45,869       | 22,934   | 7,37  | 0,005 |
| Participant | 9  | 356,065    | 356,065      | 39,563   | 12,72 | 0,000 |
| Erreur      | 18 | 55,977     | 55,977       | 3,110    |       |       |
| Total       | 29 | 457,912    |              |          |       |       |

S = 1,76348 R carré = 87,78 % R carré (ajust) = 80,31 %

| Terme       | Coeff   | Coef ErT | T     | P     |
|-------------|---------|----------|-------|-------|
| Constante   | 17,4741 | 0,3220   | 54,27 | 0,000 |
| Ustensile   |         |          |       |       |
| Crayon      | 1,7134  | 0,4553   | 3,76  | 0,001 |
| Feutre      | -0,5540 | 0,4553   | -1,22 | 0,239 |
| Participant |         |          |       |       |
| 1           | -4,2018 | 0,9659   | -4,35 | 0,000 |
| 2           | -1,6938 | 0,9659   | -1,75 | 0,097 |
| 3           | 0,0038  | 0,9659   | 0,00  | 0,997 |
| 4           | -5,8826 | 0,9659   | -6,09 | 0,000 |
| 5           | 3,0707  | 0,9659   | 3,18  | 0,005 |
| 6           | 5,4528  | 0,9659   | 5,65  | 0,000 |
| 7           | 0,1170  | 0,9659   | 0,12  | 0,905 |
| 8           | 2,2270  | 0,9659   | 2,31  | 0,033 |
| 9           | -2,6298 | 0,9659   | -2,72 | 0,014 |

Observations aberrantes pour Evaluation

| Observation | Evaluation | Valeur ajustée | Ajust ErT | Valeur résiduelle | Valeur résiduelle normalisée |
|-------------|------------|----------------|-----------|-------------------|------------------------------|
| 5           | 19,3379    | 22,2582        | 1,1153    | -2,9203           | -2,14 R                      |

R indique une observation ayant une valeur résiduelle normalisée importante

Espérance mathématique des carrés moyens, en utilisant la somme des carrés ajustée

| Source        | Espérance mathématique<br>des carrés moyens pour<br>chaque terme |
|---------------|--|
| 1 Ustensile   | (3) + Q[1]   |
| 2 Participant | (3) + 3,0000 (2)   |
| 3 Erreur      | (3)  |

Termes d'erreur pour les tests, en utilisant la somme des carrés ajustée

| Source        | Erreur<br>- DL | Erreur<br>- CM | Synthèse du<br>carré moyen<br>de l'erreur |
|---------------|----------------|----------------|---|
| 1 Ustensile   | 18,00          | 3,110          | (3)                                       |
| 2 Participant | 18,00          | 3,110          | (3)                                       |

Composantes de la variance, avec la somme des carrés ajustée

| Source      | Valeur<br>estimée |
|-------------|-------------------|
| Participant | 12,151            |
| Erreur      | 3,110             |

Moyennes issues des moindres carrés pour Evaluation

| Ustensile | Moyenne |
|-----------|---------|
| Crayon    | 19,19   |
| Feutre    | 16,92   |
| Pinceau   | 16,31   |

Intervalles de confiance simultanés de Tukey = 95,0 %

Variable de réponse Evaluation

Toutes les comparaisons deux à deux sur les niveaux de Ustensile

Ustensile = Crayon soustrait de :

| Ustensile | Inférieur | Centré | Supérieur |  |
|-----------|-----------|--------|-----------|--|
| Feutre    | -4,281    | -2,267 | -0,2543   | (-----*-----)                                      |
| Pinceau   | -4,886    | -2,873 | -0,8596   | (-----*-----)                                      |
|           |           |        |           | -----+-----+-----+-----+-----                      |
|           |           |        |           | -4,0            -2,0            0,0            2,0 |

Ustensile = Feutre soustrait de :



**Exercice 2. D'après « Effect of musical expertise on visuospatial abilities : Evidence from reaction times and mental imagery », Renaud Brochard, André Dufour and Olivier Després, *Brain and Cognition*, Volume 54 (2004) pp. 103-109.**

Des chercheurs se sont intéressés à l'effet de l'apprentissage de la musique sur les capacités visuo-spatiales des sujets. Dans l'une des expériences réalisées, les chercheurs utilisent 22 sujets (11 musiciens et 11 non-musiciens). Dans une première condition, ils mesurent le temps de réaction des sujets soumis à un stimulus simple : un petit disque lumineux est affichée pendant 70 ms et les sujets doivent appuyer le plus rapidement possible sur un bouton lorsqu'ils aperçoivent le disque. Dans une deuxième condition, les sujets doivent effectuer un choix : le cercle lumineux est soit vert, soit rouge et les sujets doivent appuyer sur la flèche gauche ou la flèche droite d'un clavier selon la couleur du stimulus.

Les données (temps de réaction moyen sur 80 essais dans chaque condition) observées lors d'une reprise de cette expérience figurent dans le tableau ci-dessous.

| Sujets   | Expertise | Simple | Choix | Sujets   | Expertise | Simple | Choix |
|----------|-----------|--------|-------|----------|-----------|--------|-------|
| $s_1$    | Mus.      | 160    | 303   | $s_{12}$ | Non-Mus.  | 158    | 323   |
| $s_2$    | Mus.      | 208    | 230   | $s_{13}$ | Non-Mus.  | 202    | 345   |
| $s_3$    | Mus.      | 181    | 272   | $s_{14}$ | Non-Mus.  | 181    | 341   |
| $s_4$    | Mus.      | 133    | 236   | $s_{15}$ | Non-Mus.  | 164    | 340   |
| $s_5$    | Mus.      | 190    | 283   | $s_{16}$ | Non-Mus.  | 161    | 244   |
| $s_6$    | Mus.      | 215    | 282   | $s_{17}$ | Non-Mus.  | 204    | 333   |
| $s_7$    | Mus.      | 183    | 261   | $s_{18}$ | Non-Mus.  | 177    | 333   |
| $s_8$    | Mus.      | 205    | 291   | $s_{19}$ | Non-Mus.  | 194    | 287   |
| $s_9$    | Mus.      | 126    | 322   | $s_{20}$ | Non-Mus.  | 195    | 324   |
| $s_{10}$ | Mus.      | 190    | 268   | $s_{21}$ | Non-Mus.  | 201    | 311   |
| $s_{11}$ | Mus.      | 157    | 284   | $s_{22}$ | Non-Mus.  | 184    | 304   |

1. Indiquer pourquoi il faut considérer un troisième facteur « Sujets », de nature aléatoire, hiérarchisé dans le facteur « Expertise ».
2. Donner le modèle complet de l'analyse de la variance. Donner les effets principaux et interactions qu'il est possible de tester.
3. Effectuer l'analyse de la variance en indiquant comment sont obtenus les degrés de liberté.
4. Donner, le cas échéant, les effets et les interactions qui ont un effet significatif avec le risque de mauvaise décision associé. Analyser ces effets à l'aide de graphiques et / ou, si cela est possible, des comparaisons multiples.
5. Évaluer, le cas échéant, le risque de mauvaise décision pour les effets principaux et les interactions qui ne sont pas significatifs.
6. Donner un bref commentaire de l'ensemble des résultats.

Modèle linéaire général : Résultats en fonction de Expertises; Conditions; ...

| Facteur            | Type      | Niveaux | Valeurs   |
|--------------------|-----------|---------|---|
| Expertises         | fixe      | 2       | Mus.; Non-Mus.  |
| Conditions         | fixe      | 2       | C1; C2  |
| Sujets(Expertises) | aléatoire | 22      | s1; s10; s11; s2; s3; s4; s5; s6; s7;<br>s8; s9; s12; s13; s14; s15; s16; s17;<br>s18; s19; s20; s21; s22 |

Analyse de la variance pour Résultats, avec utilisation de la somme des carrés ajustée pour les tests

| Source                | DL | SomCar séq | SomCar ajust | CM ajust | F      | P     |
|-----------------------|----|------------|--------------|----------|--------|-------|
| Expertises            | 1  | 6288,1     | 6288,1       | 6288,1   | 9,52   | 0,006 |
| Conditions            | 1  | 147552,4   | 147552,4     | 147552,4 | 201,38 | 0,000 |
| Expertises*Conditions | 1  | 3281,8     | 3281,8       | 3281,8   | 4,48   | 0,047 |
| Sujets(Expertises)    | 20 | 13205,5    | 13205,5      | 660,3    | 0,90   | 0,591 |
| Erreur                | 20 | 14653,8    | 14653,8      | 732,7    |        |       |
| Total                 | 43 | 184981,5   |              |          |        |       |

S = 27,0683    R carré = 92,08 %    R carré (ajust) = 82,97 %

| Terme                 | Coef    | Coef ErT | T      | P     |
|-----------------------|---------|----------|--------|-------|
| Constante             | 238,318 | 4,081    | 58,40  | 0,000 |
| Expertises            |         |          |        |       |
| Mus.                  | -11,955 | 4,081    | -2,93  | 0,008 |
| Conditions            |         |          |        |       |
| C1                    | -57,909 | 4,081    | -14,19 | 0,000 |
| Expertises*Conditions |         |          |        |       |
| Mus.        C1        | 8,636   | 4,081    | 2,12   | 0,047 |
| (Expertises)Sujets    |         |          |        |       |
| Mus.        s1        | 5,14    | 18,25    | 0,28   | 0,781 |
| Mus.        s10       | 2,64    | 18,25    | 0,14   | 0,887 |
| Mus.        s11       | -5,86   | 18,25    | -0,32  | 0,751 |
| Mus.        s2        | -7,36   | 18,25    | -0,40  | 0,691 |
| Mus.        s3        | 0,14    | 18,25    | 0,01   | 0,994 |
| Mus.        s4        | -41,86  | 18,25    | -2,29  | 0,033 |
| Mus.        s5        | 10,14   | 18,25    | 0,56   | 0,585 |
| Mus.        s6        | 22,14   | 18,25    | 1,21   | 0,239 |
| Mus.        s7        | -4,36   | 18,25    | -0,24  | 0,813 |
| Mus.        s8        | 21,64   | 18,25    | 1,19   | 0,250 |
| Non-Mus.    s12       | -9,77   | 18,25    | -0,54  | 0,598 |
| Non-Mus.    s13       | 23,23   | 18,25    | 1,27   | 0,218 |
| Non-Mus.    s14       | 10,73   | 18,25    | 0,59   | 0,563 |

|          |     |        |       |       |       |
|----------|-----|--------|-------|-------|-------|
| Non-Mus. | s15 | 1,73   | 18,25 | 0,09  | 0,926 |
| Non-Mus. | s16 | -47,77 | 18,25 | -2,62 | 0,016 |
| Non-Mus. | s17 | 18,23  | 18,25 | 1,00  | 0,330 |
| Non-Mus. | s18 | 4,73   | 18,25 | 0,26  | 0,798 |
| Non-Mus. | s19 | -9,77  | 18,25 | -0,54 | 0,598 |
| Non-Mus. | s20 | 9,23   | 18,25 | 0,51  | 0,619 |
| Non-Mus. | s21 | 5,73   | 18,25 | 0,31  | 0,757 |

Observations aberrantes pour Résultats

| Observation | Résultats | Valeur ajustée | Ajust ErT | Valeur résiduelle | Valeur résiduelle normalisée |
|-------------|-----------|----------------|-----------|-------------------|------------------------------|
| 2           | 208,000   | 169,727        | 19,991    | 38,273            | 2,10 R                       |
| 9           | 126,000   | 174,727        | 19,991    | -48,727           | -2,67 R                      |
| 13          | 230,000   | 268,273        | 19,991    | -38,273           | -2,10 R                      |
| 20          | 322,000   | 273,273        | 19,991    | 48,727            | 2,67 R                       |

R indique une observation ayant une valeur résiduelle normalisée importante

Espérance mathématique des carrés moyens, en utilisant la somme des carrés ajustée

| Source                  | Espérance mathématique des carrés moyens pour chaque terme |
|-------------------------|--|
| 1 Expertises            | (5) + 2,0000 (4) + Q[1; 3]                                 |
| 2 Conditions            | (5) + Q[2; 3]  |
| 3 Expertises*Conditions | (5) + Q[3]   |
| 4 Sujets(Expertises)    | (5) + 2,0000 (4)   |
| 5 Erreur                | (5)  |

Termes d'erreur pour les tests, en utilisant la somme des carrés ajustée

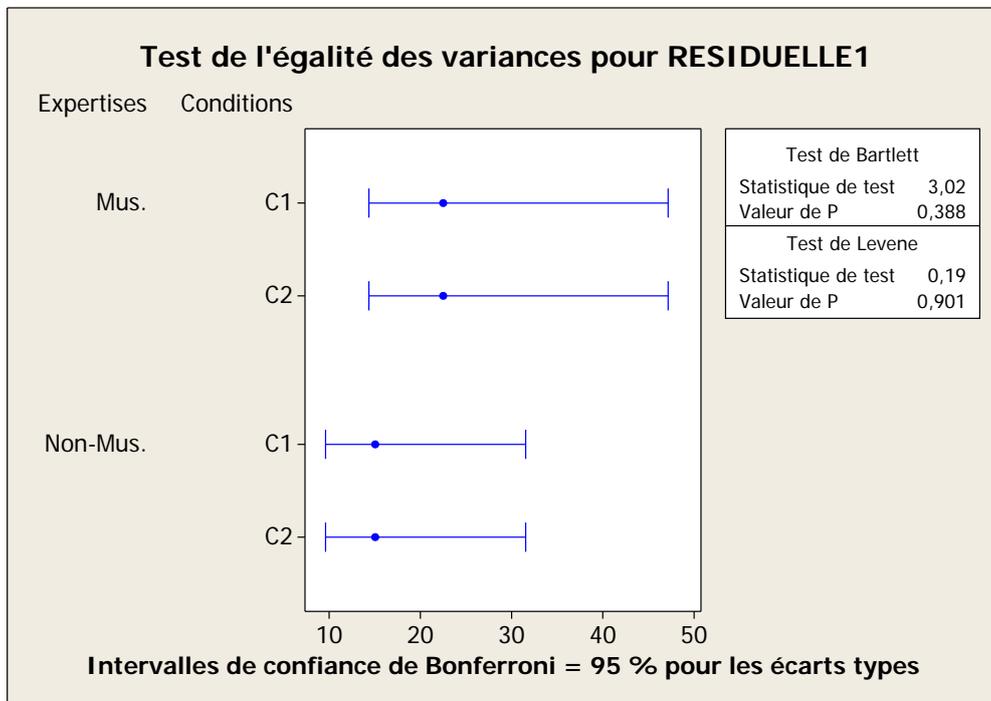
| Source                  | Erreur - DL | Erreur - CM | Synthèse du carré moyen de l'erreur |
|-------------------------|-------------|-------------|-------------------------------------|
| 1 Expertises            | 20,00       | 660,3       | (4)                                 |
| 2 Conditions            | 20,00       | 732,7       | (5)                                 |
| 3 Expertises*Conditions | 20,00       | 732,7       | (5)                                 |
| 4 Sujets(Expertises)    | 20,00       | 732,7       | (5)                                 |

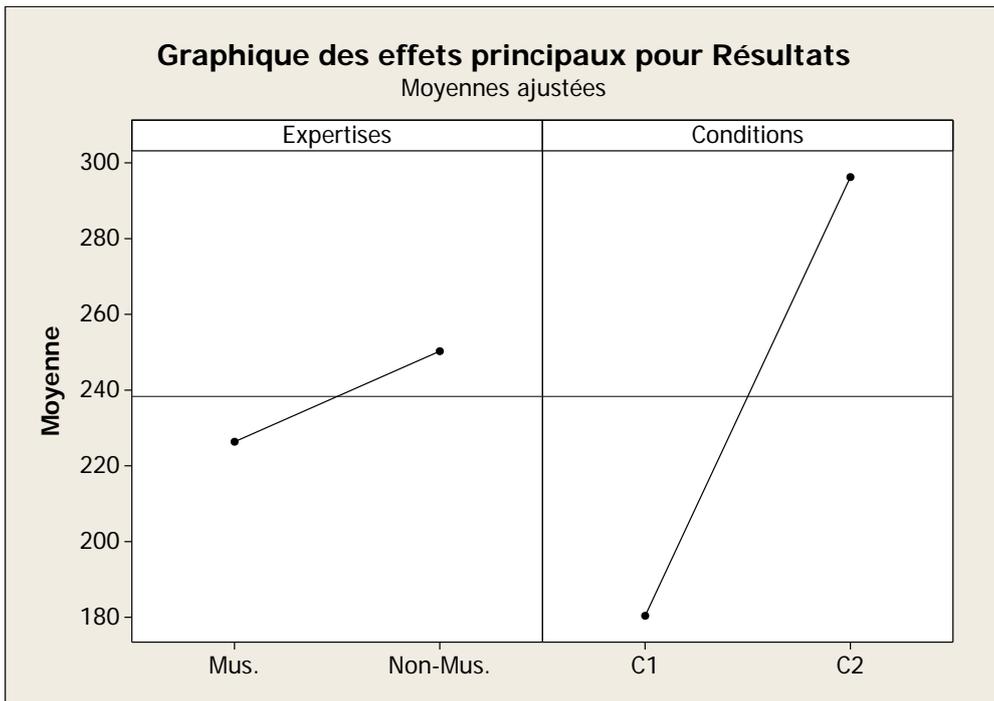
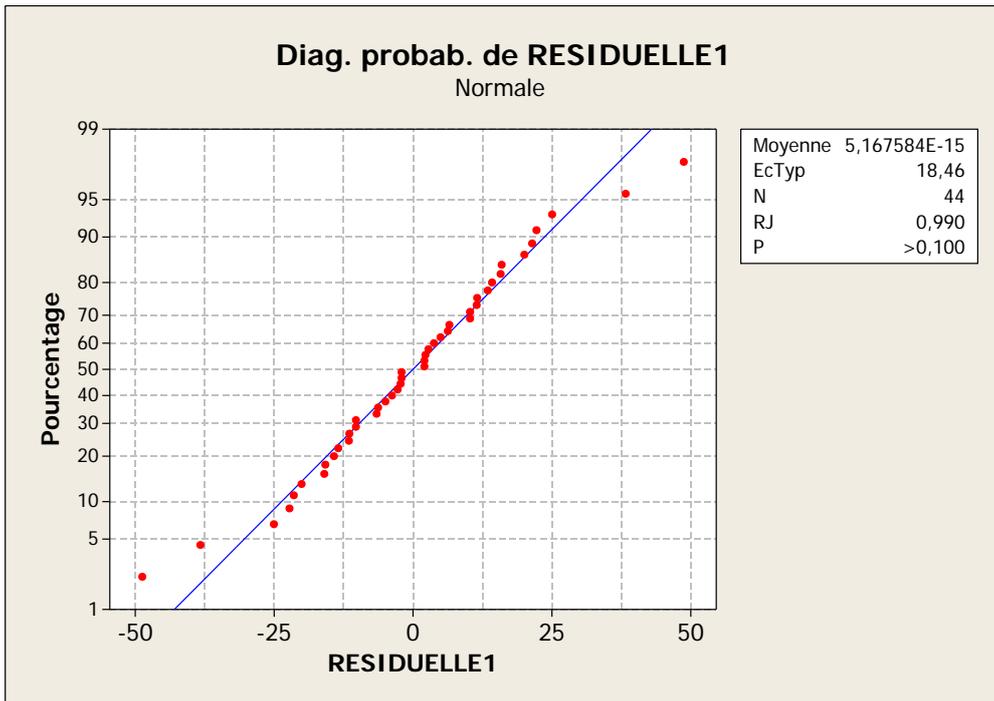
Composantes de la variance, avec la somme des carrés ajustée

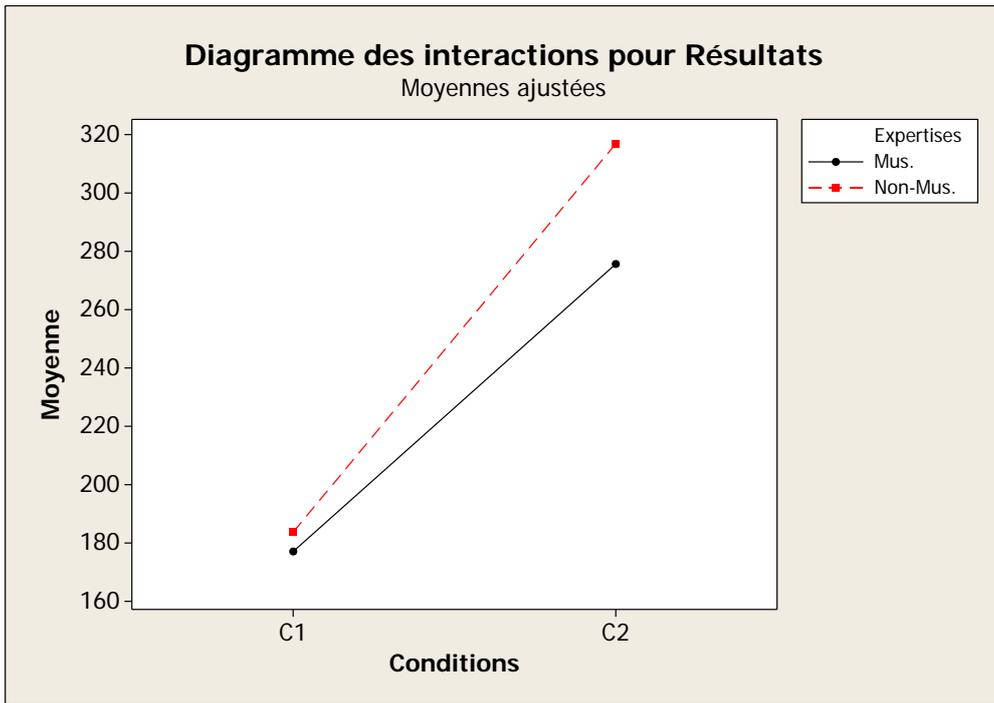
|                    |         |
|--------------------|---------|
|                    | Valeur  |
| Source             | estimée |
| Sujets(Expertises) | -36,21  |
| Erreur             | 732,69  |

Moyennes issues des moindres carrés pour Résultats

|            |         |
|------------|---------|
| Expertises | Moyenne |
| Mus.       | 226,4   |
| Non-Mus.   | 250,3   |
| Conditions |         |
| C1         | 180,4   |
| C2         | 296,2   |







.....